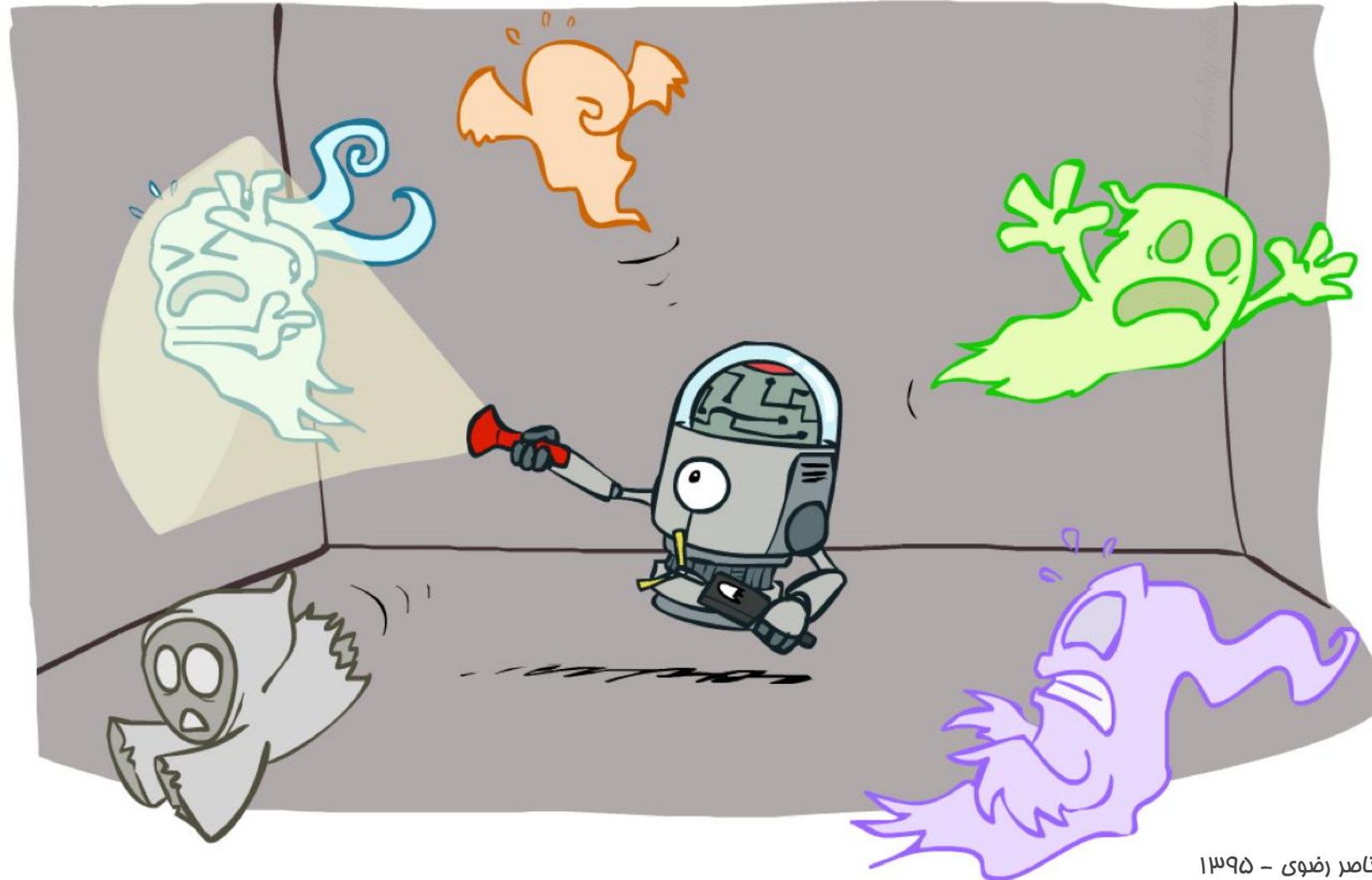


مدل‌های مخفی مارکوف II فیلتر ذره‌ای، شبکه‌های بیز پویا

سید ناصر رضوی n.razavi@tabrizu.ac.ir

۱۳۹۵

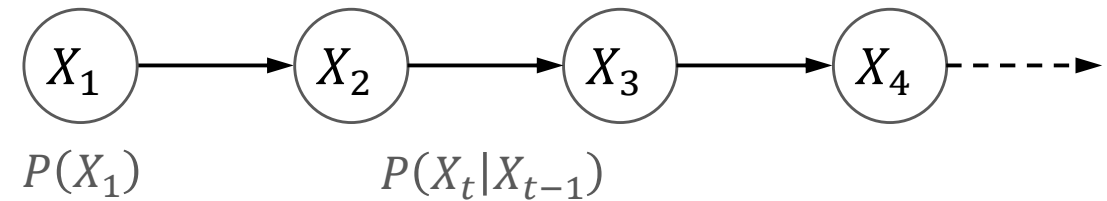
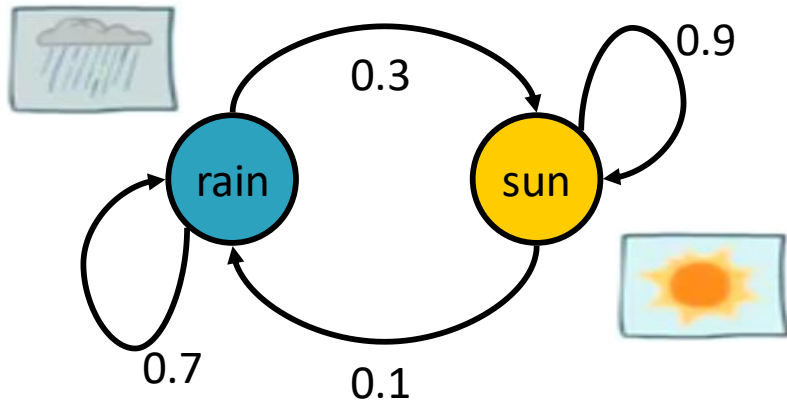
مدل‌های مخفی مارکوف پیشرفته



- فیلتر ذره‌ای.
- استنتاج مبتنی بر نمونه‌برداری در مدل‌های مخفی مارکوف
- شبکه‌های بیز پویا.
- الگوریتم ویتربی.

استدلال در طول زمان (یادآوری)

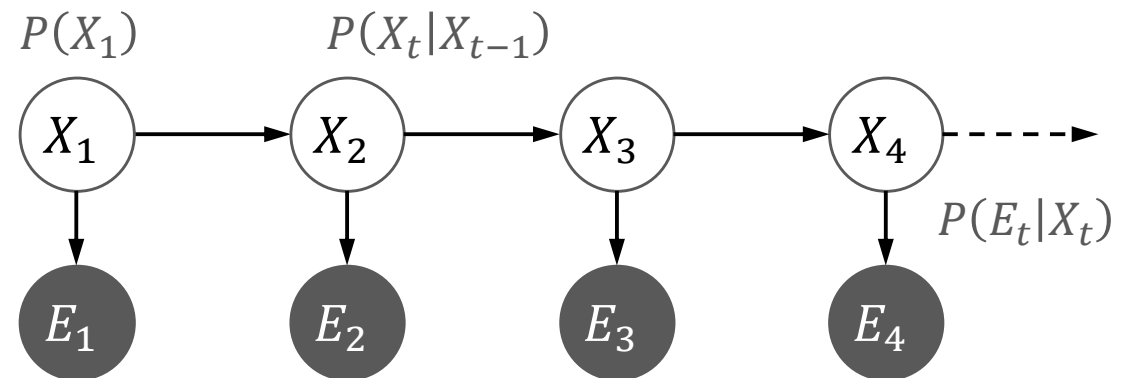
□ مدل های مارکوف.



□ مدل های مخفی مارکوف.

| X_t | U_t | $P(U_t X_t)$ |
|-------|-------|--------------|
| sun | $+u$ | 0.2 |
| sun | $-u$ | 0.8 |
| rain | $+u$ | 0.9 |
| rain | $-u$ | 0.1 |

$P(E_t|X_t)$



پرسش کلاسی

۵

□ توزیع اولیه $P(X_1)$.

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <0.01 | <0.01 | <0.01 | <0.01 | <0.01 | <0.01 |
| <0.01 | <0.01 | 0.06 | <0.01 | <0.01 | <0.01 |
| <0.01 | 0.76 | 0.06 | 0.06 | <0.01 | <0.01 |
| <0.01 | <0.01 | 0.06 | <0.01 | <0.01 | <0.01 |

□ پرسش ۱. اگر روح به صورت تصادفی حرکت کند، با گذشت زمان چه اتفاقی می افتد؟

□ پرسش ۲. اگر روح به سمت (۳, ۳) حرکت کند، با گذشت زمان چه اتفاقی می افتد؟

فیلتر کردن (یادآوری)

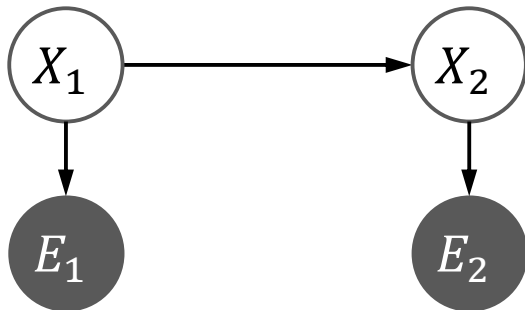
| | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <0.01 | <0.01 | <0.01 | <0.01 | <0.01 | <0.01 |
| <0.01 | <0.01 | 0.06 | <0.01 | <0.01 | <0.01 |
| <0.01 | 0.76 | 0.06 | 0.06 | <0.01 | <0.01 |
| <0.01 | <0.01 | 0.06 | <0.01 | <0.01 | <0.01 |

□ گذر زمان. محاسبه $P(x_t|e_{1:t-1})$

$$P(x_t|e_{1:t-1}) = \sum_{x_{t-1}} P(x_{t-1}|e_{1:t-1}) \cdot P(x_t|x_{t-1})$$

□ مشاهده. محاسبه $P(x_t|e_{1:t})$

$$P(x_t|e_{1:t}) \propto_X P(X_t|e_{1:t-1}) \cdot P(e_t|x_t)$$



$$P(X_1)$$

<0.50,0.50>

توزیع اولیه

$$P(X_1|E_1 = umbrella)$$

<0.82,0.18>

مشاهده

$$P(X_2|E_1 = umbrella)$$

<0.63,0.36>

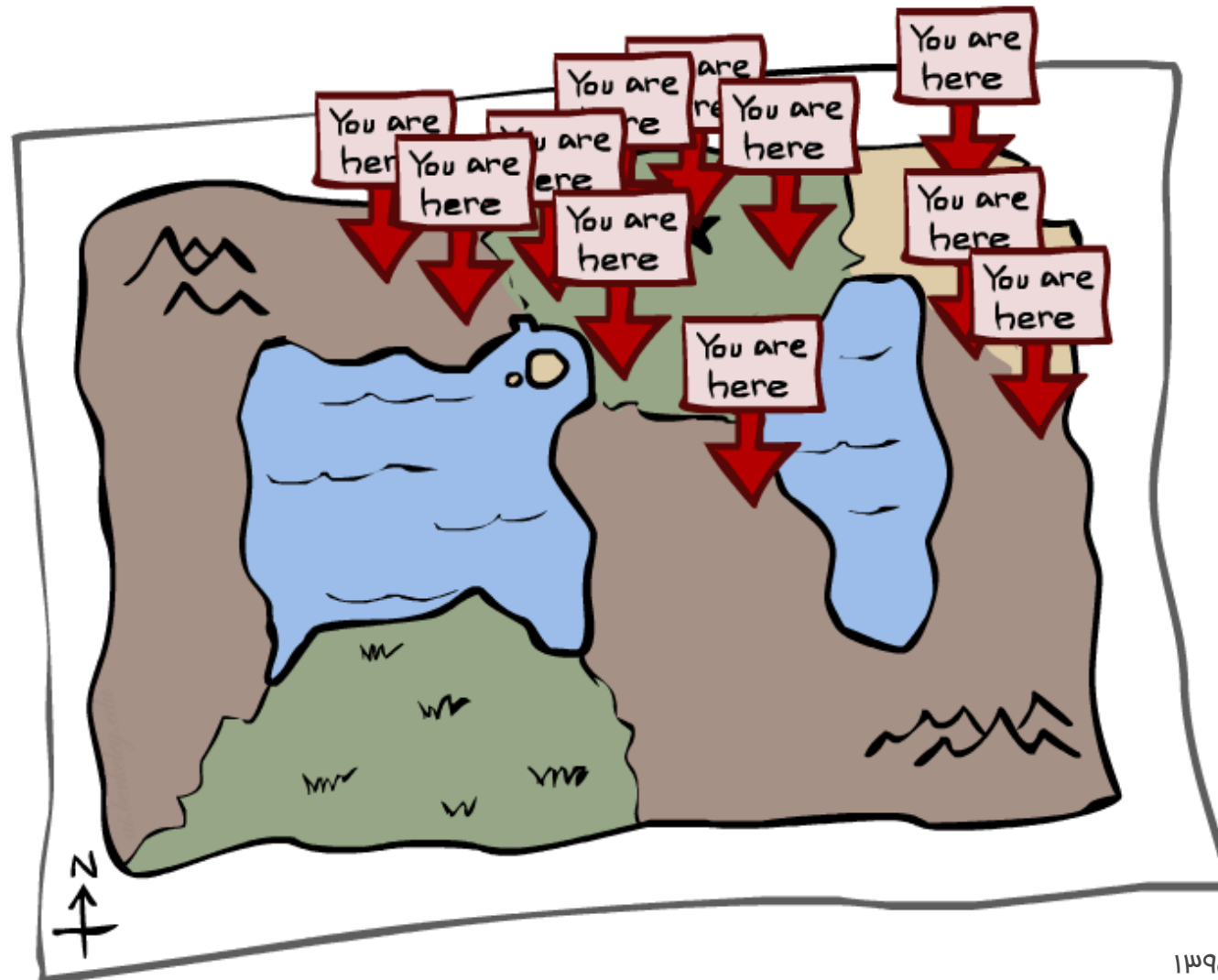
گذر زمان

$$P(X_2|E_1 = umb, E_2 = umb)$$

<0.88,0.12>

مشاهده

فیلتر ذره‌ای



فیلتر ذره‌ای

| | | |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 0.1 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.2 |
| 0.0 | 0.2 | 0.5 |



| | | |
|--|-----|---------|
| | ● | |
| | | ● ● |
| | ● ● | ● ● ● ● |

ذرات

- (2, 1)
- (2, 1)
- (3, 1)
- (3, 1)
- (3, 1)
- (3, 1)
- (3, 1)
- (3, 1)
- (3, 2)
- (3, 2)
- (2, 3)

❑ مشکل. گاهی اوقات $|X|$ برای استفاده از روش‌های دقیق استنتاج بیش از حد بزرگ است.

- ❑ حتی آن قدر بزرگ که نمی‌توان $B(X)$ را ذخیره نمود.
- ❑ مانند زمانی که X یک مجموعه پیوسته است.

❑ راه‌حل. استنتاج تقریبی!

- ❑ ردیابی نمونه‌هایی از X ، و نه همه مقادیر.
- ❑ این نمونه‌ها **ذره** نام دارند.
- ❑ زمان در هر مرحله بر حسب تعداد نمونه‌ها خطی است.
- ❑ اما تعداد نمونه‌ها باید زیاد باشد.

❑ یک روش متداول برای موقعیت‌یابی ربات‌ها.

بازنمایی: لیست ذرات

۹

| | | |
|---|--------|----------------|
| | ● ● | ● ● ● ● ● ● |
| ● | | ● ● ● ● |
| | | |

ذرات:

(3, 3)

(2, 3)

(3, 3)

(3, 2)

(3, 3)

(3, 2)

(1, 2)

(3, 3)

(3, 3)

(2, 3)

□ بازنمایی $P(X)$.

□ به صورت لیستی از ذرات (نمونه‌ها).

□ در حالت کلی $N \ll |X|$.

□ تخمین $P(x)$.

□ تعداد ذراتی که دارای مقدار X هستند.

□ بنابراین، برای بسیاری از X ها داریم $P(x) = 0$!

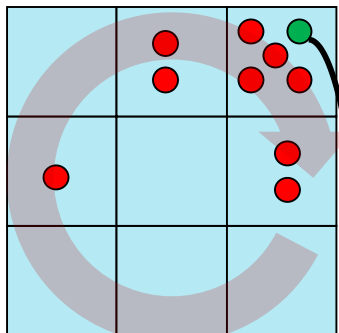
□ ذرات بیشتر به معنای دقت بالاتر است.

□ فعلاً همه ذرات دارای وزنی برابر با ۱ هستند.

فیلتر کردن ذره‌ای: گذر زمان

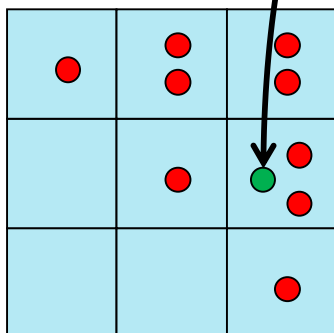
ذرات:

- (3, 3)
- (2, 3)
- (3, 3)
- (3, 2)
- (3, 3)
- (3, 2)
- (1, 2)
- (3, 3)
- (3, 3)
- (2, 3)



ذرات:

- (3, 2)
- (2, 3)
- (3, 2)
- (3, 1)
- (3, 3)
- (3, 2)
- (1, 3)
- (2, 3)
- (3, 2)
- (2, 2)



□ حرکت ذرات.

□ مکان بعدی هر ذره از روی مدل تغییر حالت نمونه برداری می‌شود.

$$x_{t+1} = \text{sample}(P(X_{t+1}|x_t))$$

□ مانند نمونه برداری پیشین که در آن فراوانی نمونه‌ها بیانگر احتمال تغییر حالت بود.

□ در این مثال، بسیاری از نمونه‌ها در جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنند، اما برخی به صورت تصادفی حرکت می‌کنند و یا در مکان فعلی خود باقی می‌مانند.

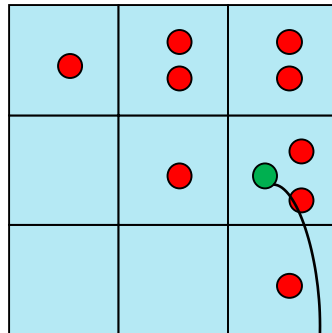
□ حرکت ذرات معادل مرحله گذر زمان است.

□ اگر به تعداد کافی ذره وجود داشته باشد، احتمال‌ها قبل و بعد از این مرحله به مقادیر واقعی نزدیک هستند. [سازگاری]

فیلتر کردن ذره‌ای: مشاهده

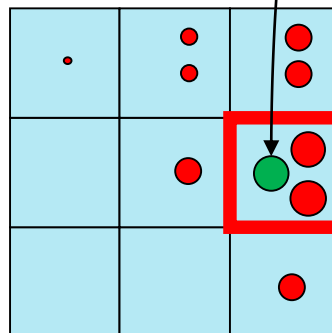
ذرات:

- (3, 2)
- (2, 3)
- (3, 2)
- (3, 1)
- (3, 3)
- (3, 2)
- (1, 3)
- (2, 3)
- (3, 2)
- (2, 2)



ذرات:

- (3, 2) w=.9
- (2, 3) w=.2
- (3, 2) w=.9
- (3, 1) w=.4
- (3, 3) w=.4
- (3, 2) w=.9
- (1, 3) w=.1
- (2, 3) w=.2
- (3, 2) w=.9
- (2, 2) w=.4



هسگر در این خانه رنگ قرمز برگردانده است

□ مشاهده. اندکی پیچیده‌تر

□ وزن‌دهی دوباره نمونه‌ها با توجه به شواهد

□ مانند روش وزن‌دهی

$$w(x) = P(e|x)$$

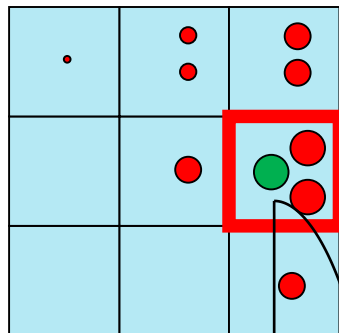
$$B(X) \propto P(e|x)B'(X)$$

□ همانند قبل، مجموع احتمال نمونه‌ها برابر با ۱ نیست. زیرا وزن بسیاری از نمونه‌ها کاهش یافته است. در حقیقت، مجموع احتمال نمونه‌ها تخمینی از $P(e)$ است.

فیلتر کردن ذره‌ای: نمونه‌برداری مجدد

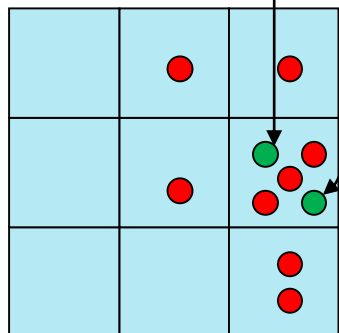
ذرات:

- (3, 2) w=.9
- (2, 3) w=.2
- (3, 2) w=.9
- (3, 1) w=.4
- (3, 3) w=.4
- (3, 2) w=.9
- (1, 3) w=.1
- (2, 3) w=.2
- (3, 2) w=.9
- (2, 2) w=.4



ذرات:

- (3, 2)
- (2, 2)
- (3, 2)
- (2, 3)
- (3, 3)
- (3, 2)
- (1, 3)
- (2, 3)
- (3, 2)
- (3, 2)



□ نمونه‌برداری مجدد.

□ به جای ردیابی نمونه‌های وزن دار، دوباره نمونه‌برداری می‌کنیم.

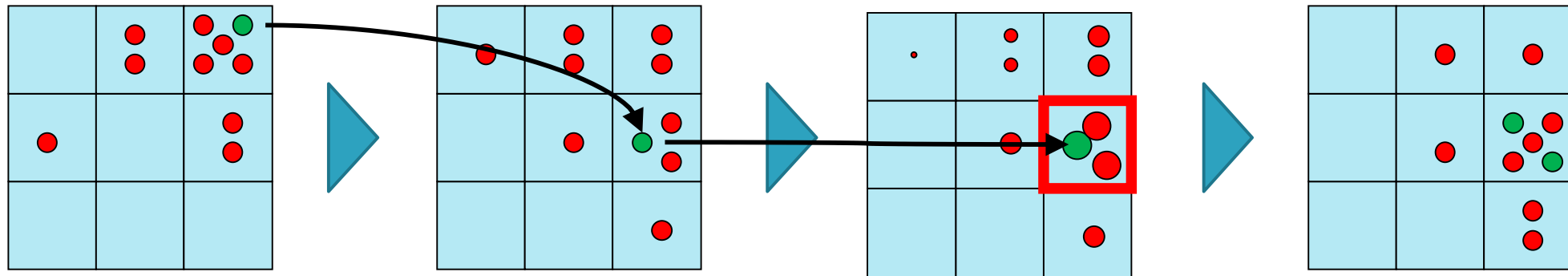
□ از توزیع وزن دار نمونه‌ها N مرتبه انتخاب انجام می‌دهیم. [انتخاب با جایگذاری]

□ این کار معادل نرمال‌سازی دوباره توزیع فعلی است.

□ در اینجا فرآیند به روز رسانی برای این مرحله به پایان می‌رسد. همین فرآیند را دوباره برای مراحل بعدی تکرار می‌کنیم.

فیلتر کردن ذره‌ای

□ فیلتر ذره‌ای. ردیابی نمونه‌هایی از حالت‌ها به جای بازنمایی صریح توزیع.



ذرات:

- (3,3)
- (2,3)
- (3,3)
- (3,2)
- (3,3)
- (3,2)
- (1,2)
- (3,3)
- (3,3)
- (2,3)



ذرات:

- (3,2)
- (2,3)
- (3,2)
- (3,1)
- (3,3)
- (3,2)
- (1,3)
- (2,3)
- (3,2)
- (2,2)



ذرات:

- (3,2) $w=9$
- (2,3) $w=2$
- (3,2) $w=9$
- (3,1) $w=4$
- (3,3) $w=4$
- (3,2) $w=9$
- (1,3) $w=1$
- (2,3) $w=2$
- (3,2) $w=9$
- (2,2) $w=4$



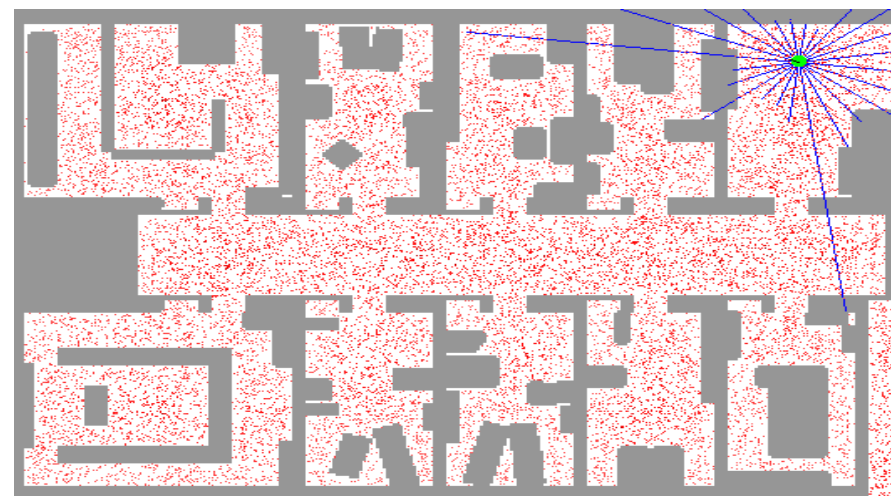
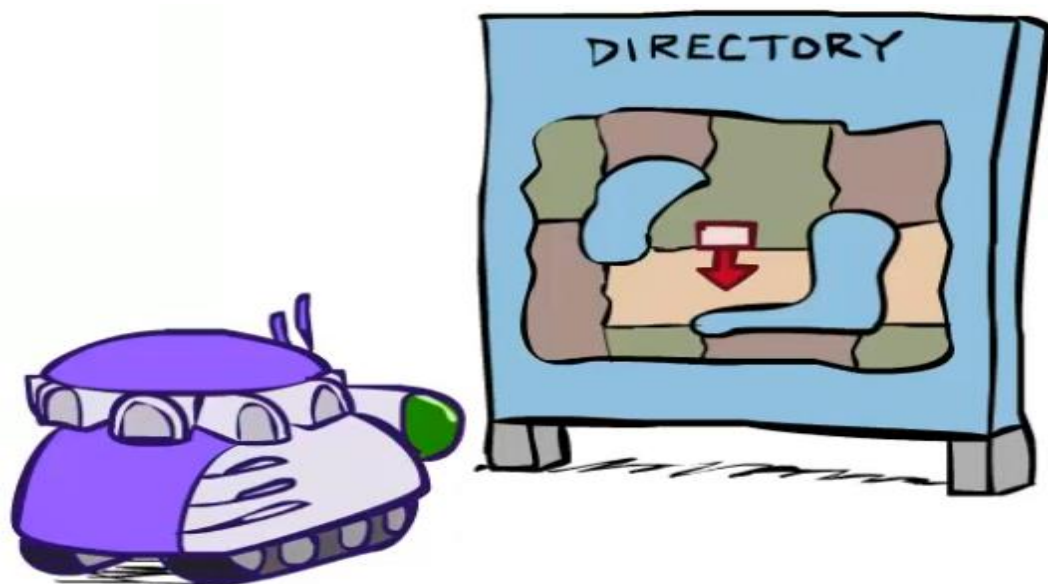
ذرات:

- (3,2)
- (2,2)
- (3,2)
- (2,3)
- (3,3)
- (3,2)
- (1,3)
- (2,3)
- (3,2)
- (3,2)

موقعیت‌یابی روبات

□ در موقعیت‌یابی روبات.

- نقشه را می‌دانیم، اما موقعیت روبات را در نقشه نمی‌دانیم.
- مشاهدات برداری از مقادیر خوانده شده به وسیله فاصله‌یاب‌ها هستند.
- فضای حالت و مشاهدات معمولاً پیوسته هستند.
- در نتیجه ذخیره کل باور در حافظه ممکن نیست.
- در این مسئله فیلتر ذره‌ای روش اصلی است.



فیلتر ذره‌ای: اجرای نمایشی (۱)

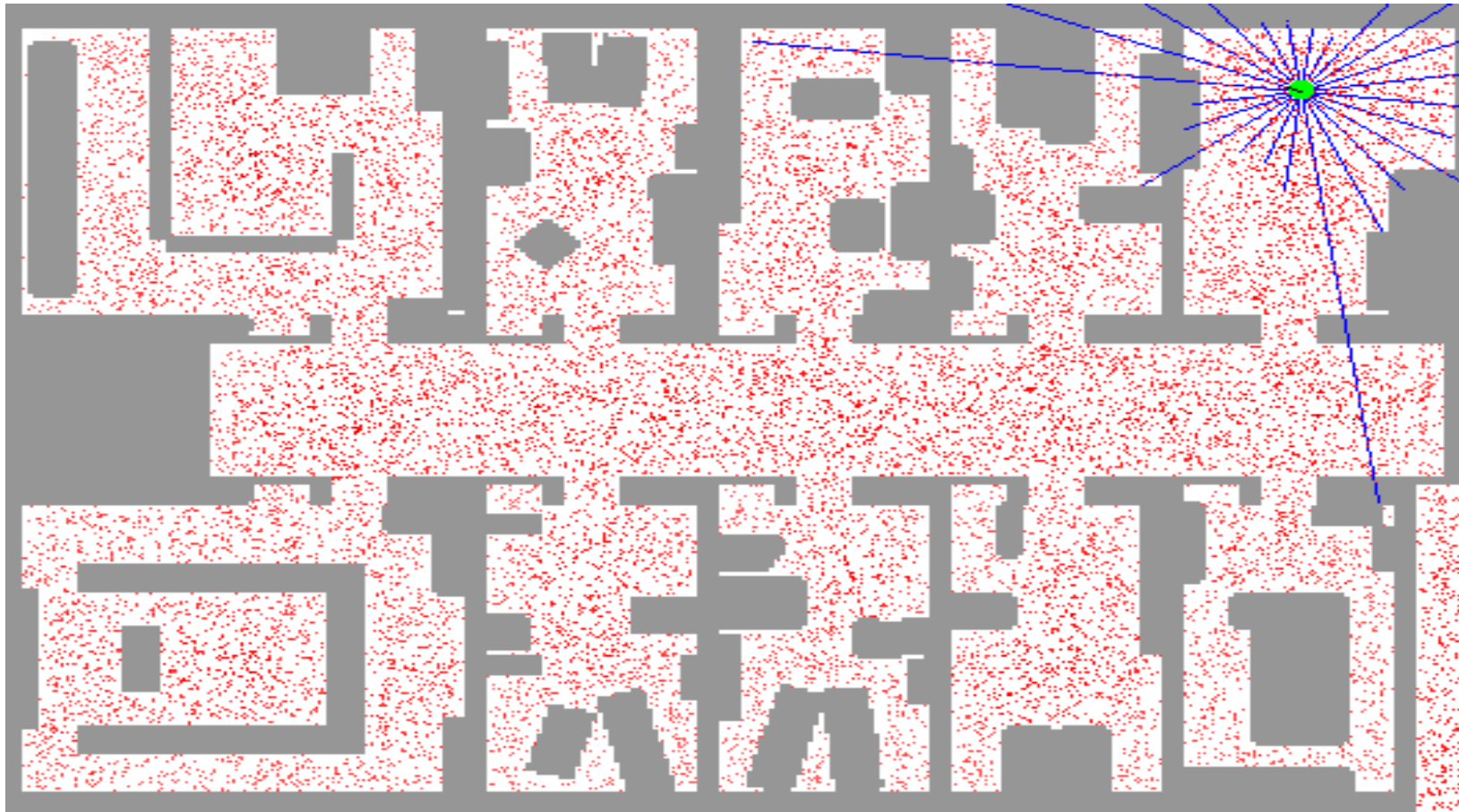
۱۵



**Global localization with
sonar sensors**

40000

فیلتر ذره‌ای: اجرای نمایشی (۲)



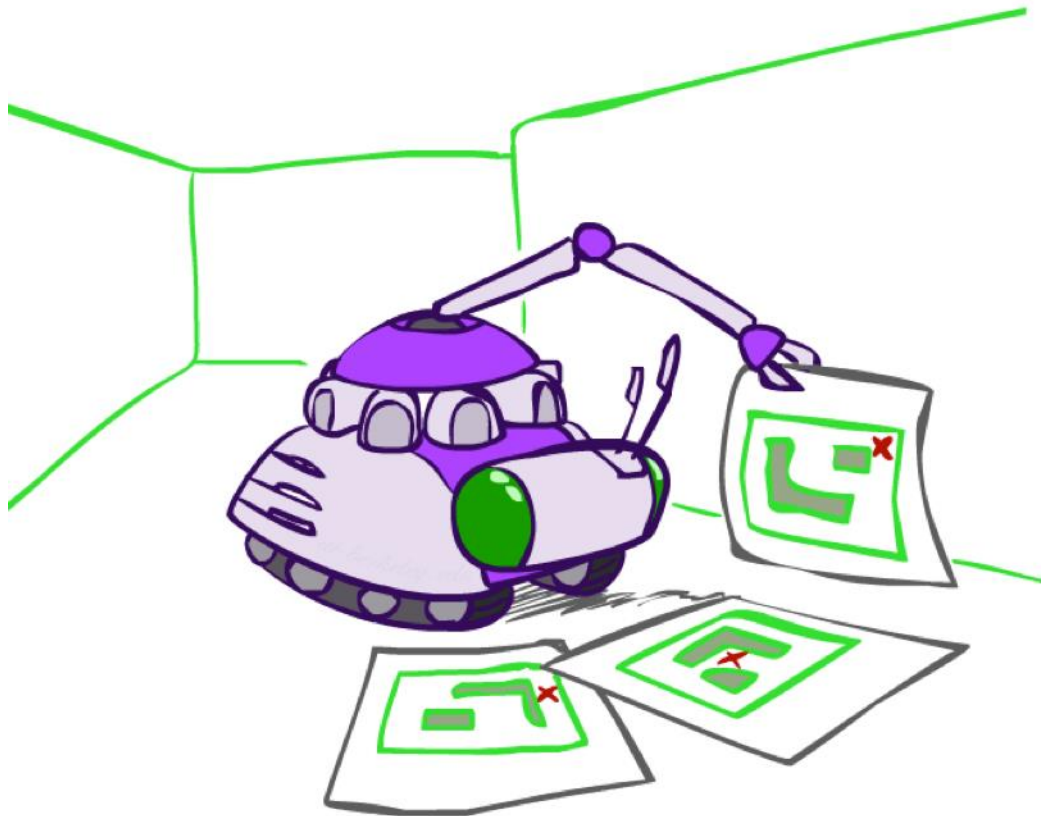
نقشه برداری

□ موقعیت یابی و نقشه برداری همزمان. [SLAM]

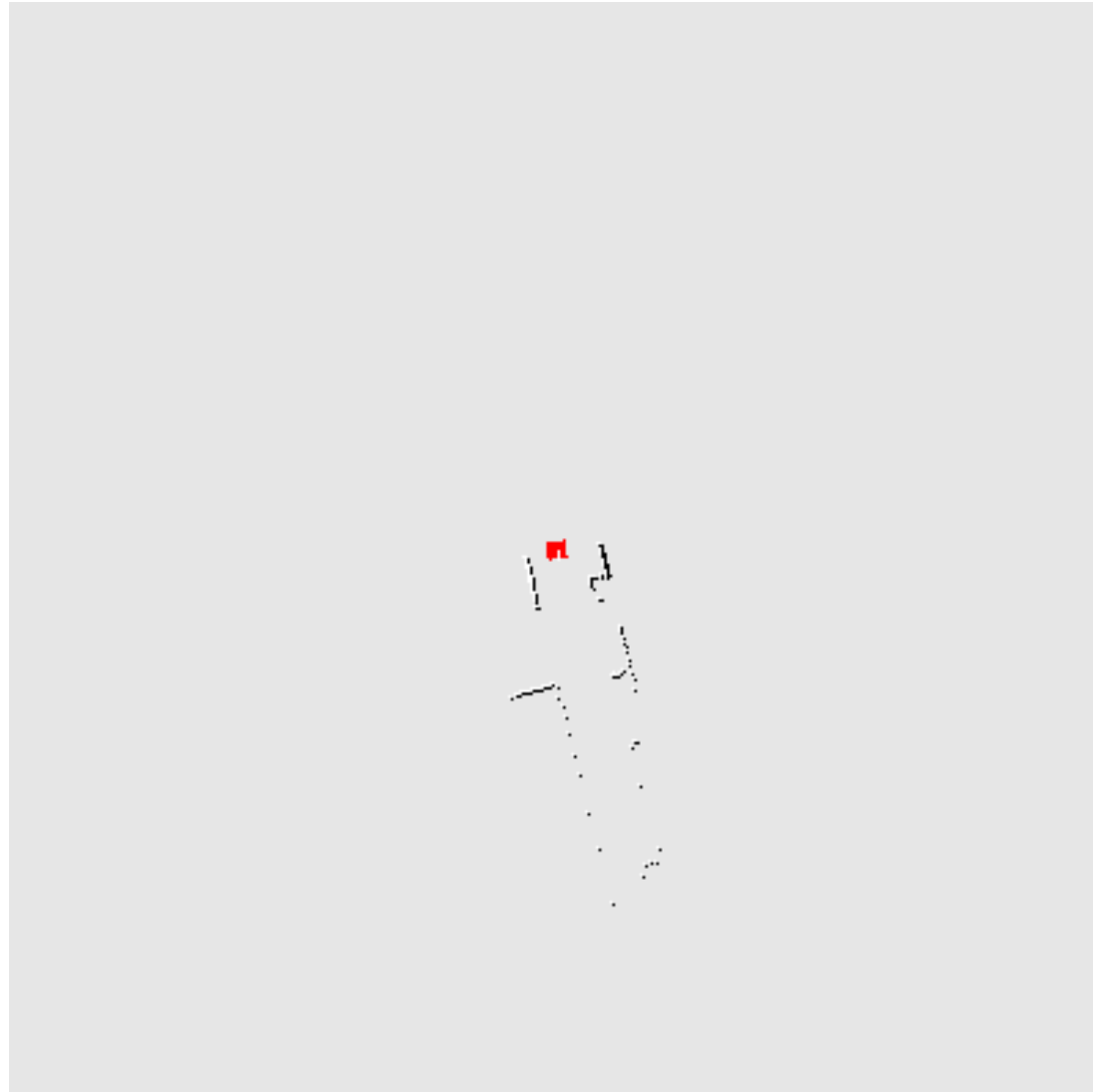
□ نقشه و موقعیت روبات را نمی دانیم.

□ حالت شامل موقعیت ربات و نقشه است!

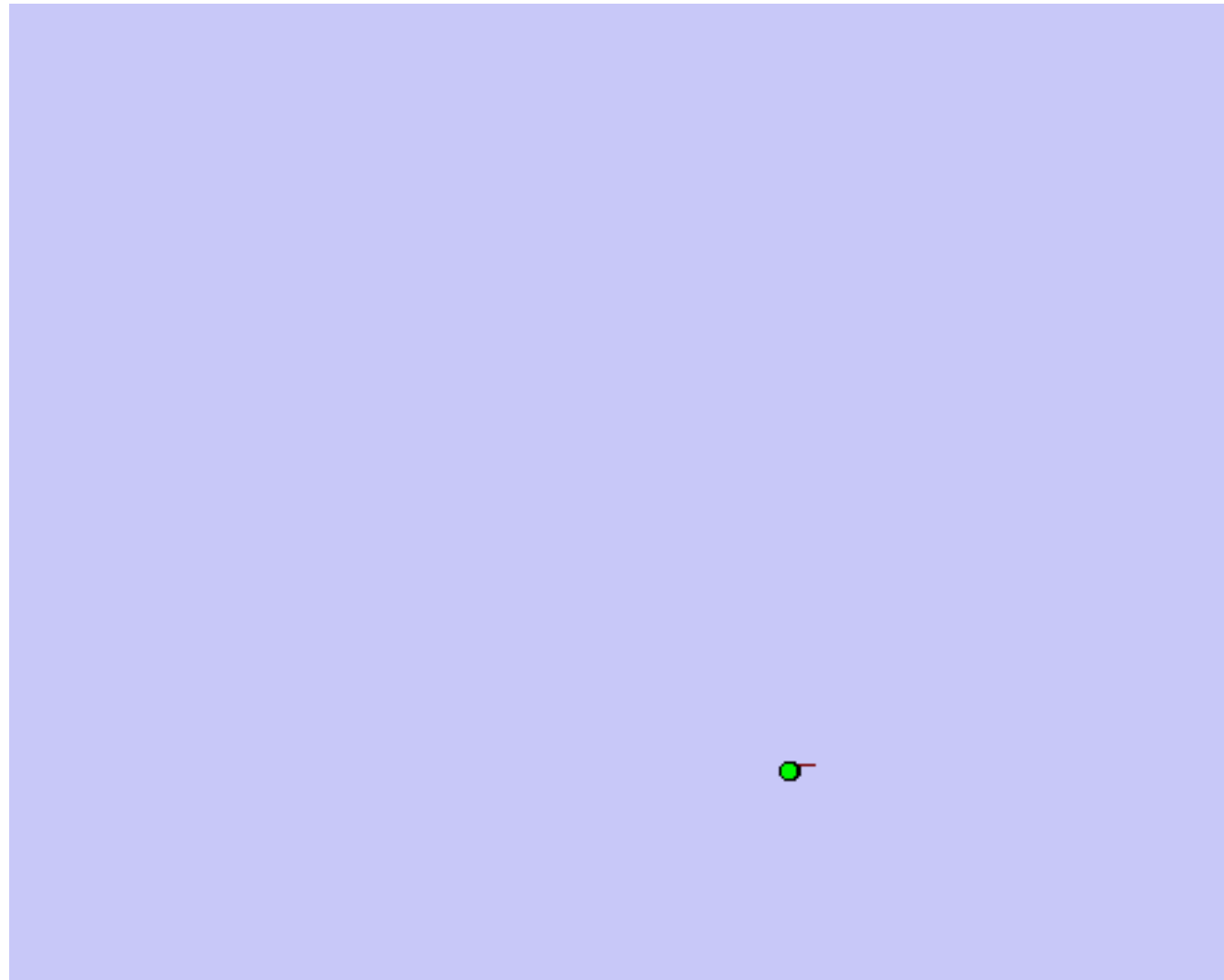
□ روش های اصلی: فیلتر کالمن و ذره ای.



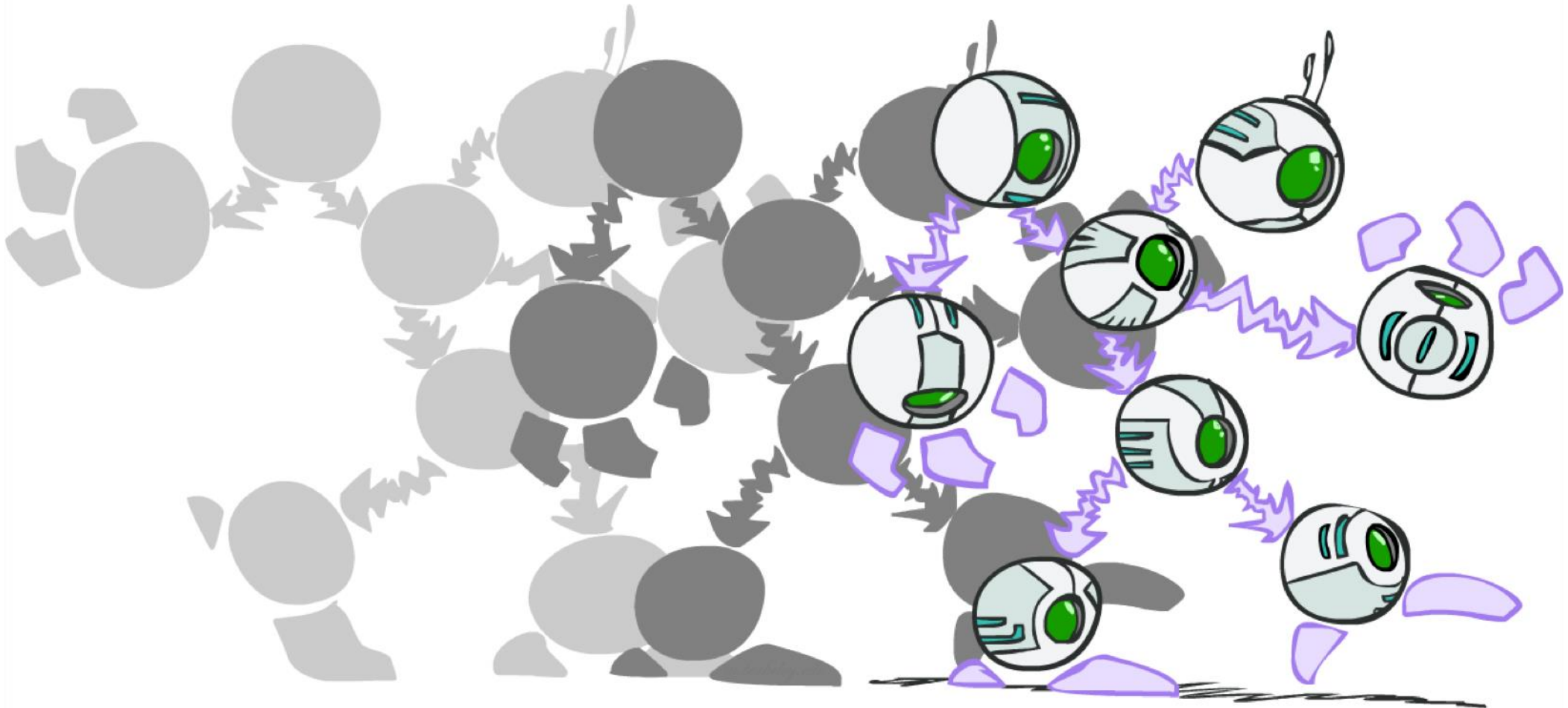
نقشه برداری: اجرای نمایشی



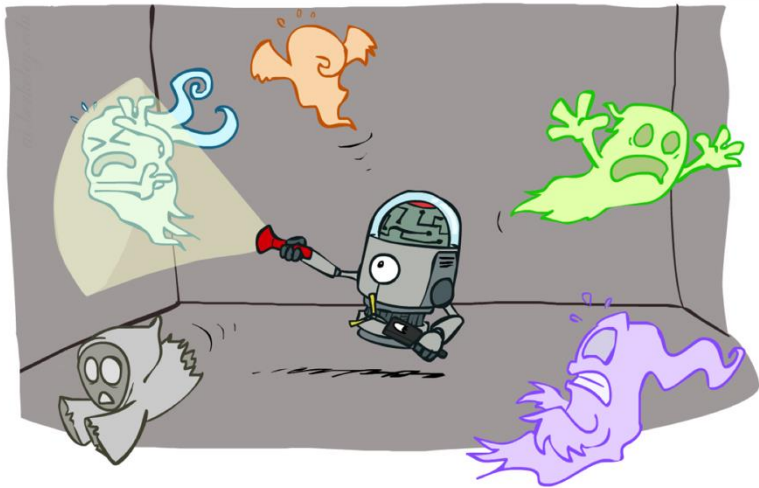
نقشه برداری: اجرای نمایشی



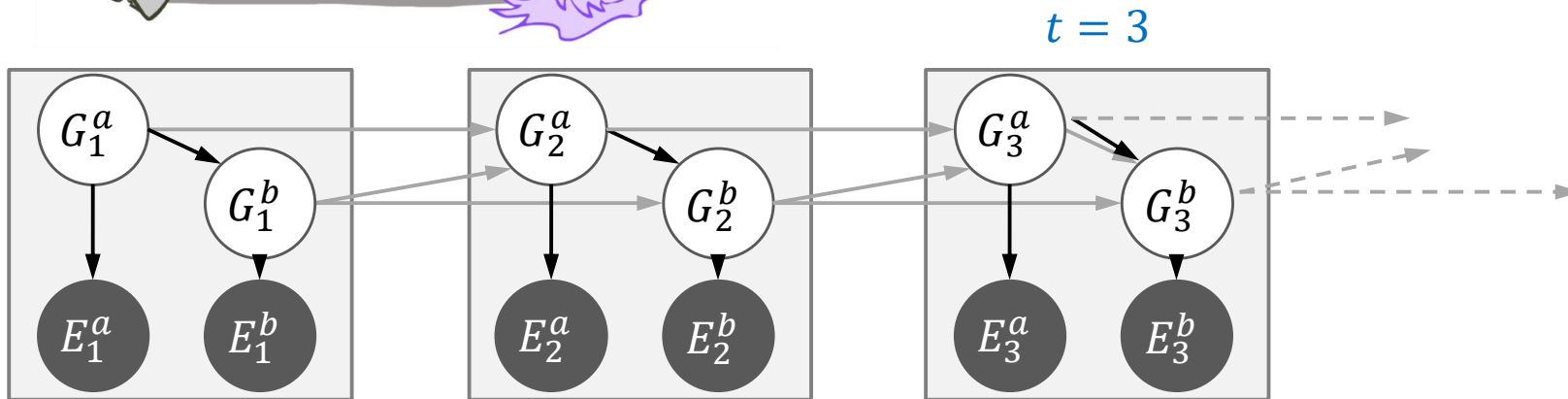
شبکه‌های بیز پویا



شبکه‌های بیز پویا



- هدف. ردیابی چندین متغیر در طول زمان، با استفاده از چندین منبع از شواهد.
- ایده. تکرار یک شبکه بیز با ساختار ثابت در طول زمان.
- مقدار متغیرها در لحظه t می‌تواند به مقدار آنها در لحظه $t - 1$ بستگی داشته باشد.



- شبکه‌های بیز پویا تعمیم یافته مدل‌های مخفی مارکوف هستند.

فیلتر ذره‌ای در شبکه‌های بیز پویا

- ذره. یک نمونه کامل برای یک لحظه از زمان.
- مقداردهی اولیه. تولید نمونه‌های پیشین برای شبکه بیز مربوط به $t = 1$.
 - یک مثال از ذره: $G_1^a = (3,3), G_1^b = (5,3)$
- گذر زمان. نمونه‌برداری یک جانشین برای هر ذره.
 - یک مثال از جانشین: $G_2^a = (2,3), G_2^b = (6,3)$
- مشاهده. وزن‌دهی هر نمونه کامل بر اساس احتمال رویت شواهد به شرطی که نمونه رخ داده باشد.
 - مثال: $P(E_1^a | G_1^a) \cdot P(E_1^b | G_1^b)$
- نمونه‌برداری مجدد. انتخاب نمونه‌ها متناسب با احتمال آنها.

محتمل ترین توضیح



مدل‌های مخفی مارکوف: محتمل‌ترین توضیح

۲۴

□ مدل مخفی مارکوف.

□ حالت‌ها X

□ مشاهدات E

□ توزیع اولیه:

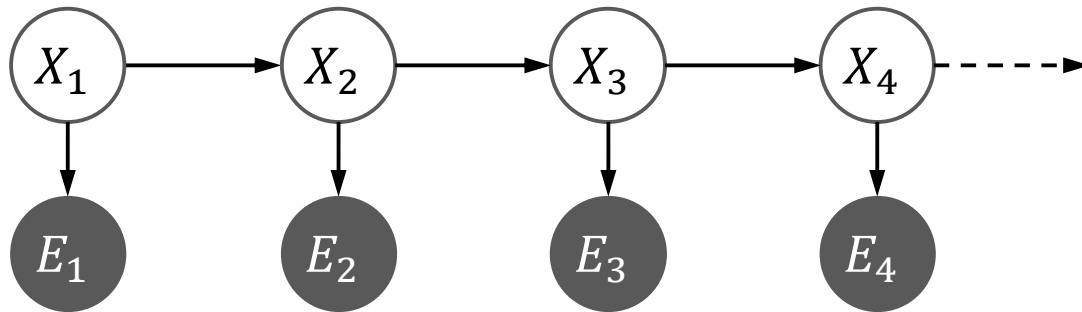
$$P(X_1)$$

□ تغییر حالت‌ها:

$$P(X|X_{-1})$$

□ احتمال مشاهده‌ها:

$$P(E|X)$$



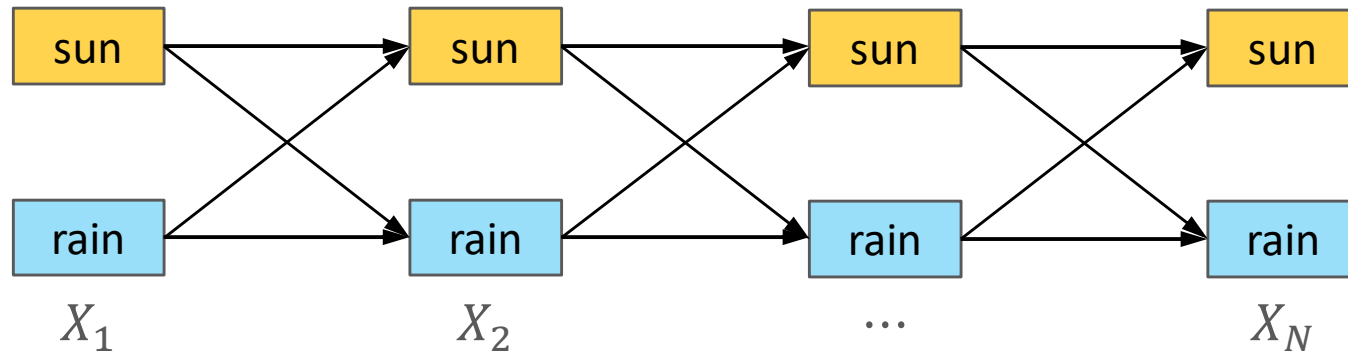
$$\arg \max_{x_{1:t}} P(x_{1:t} | e_{1:t})$$

□ محتمل‌ترین توضیح. یک نوع پرس و جوی جدید به صورت:

□ یک روش جدید. الگوریتم ویتربی

داربست حالت

□ داربست حالت. یک گراف از حالت‌ها و تغییر حالت‌ها در طول زمان.



$$x_{t-1} \rightarrow x_t$$

$$P(x_t|x_{t-1})P(e_t|x_t)$$

□ هر یال بیانگر یک تغییر حالت است.

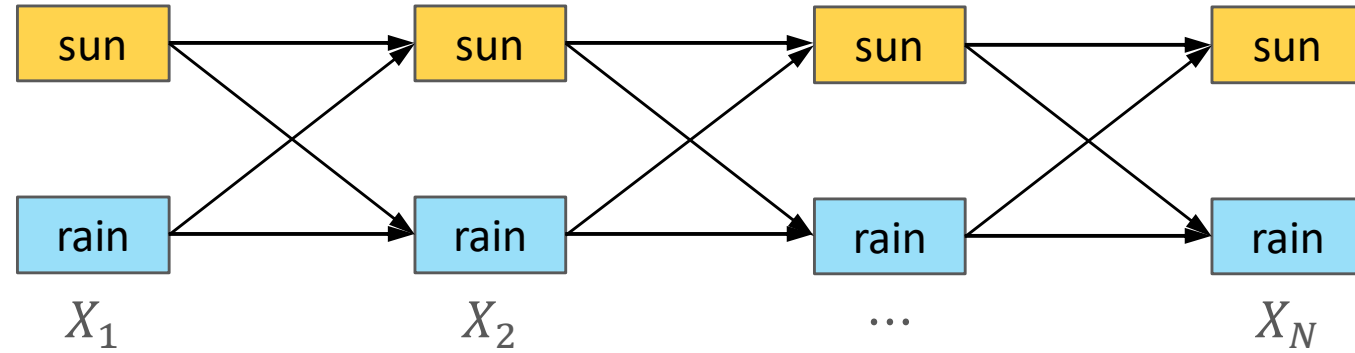
□ هر یال دارای وزن است.

□ هر مسیر دنباله‌ای از حالت‌ها (شواهد) است.

□ حاصل ضرب وزن یال‌ها در یک مسیر بیانگر احتمال آن مسیر به همراه شواهد است.

□ الگوریتم رو به جلو مجموع مسیرها را محاسبه می‌کند و الگوریتم ویتربی بهترین مسیرها را.

الگوریتم رو به جلو / ویتربی

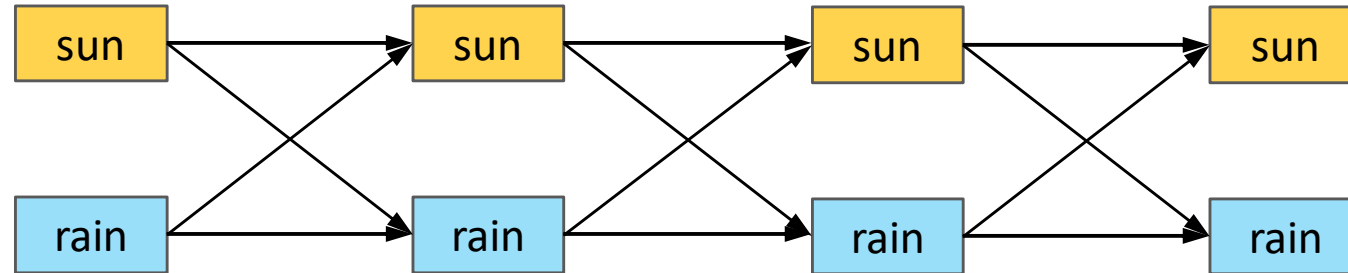


□ الگوریتم ویتربی. [ماکزیمم]

□ الگوریتم رو به جلو. [مجموع]

$$\begin{aligned} m_t[x_t] &= \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, x_t, e_t) \\ &= P(e_t|x_t) \max_{x_{t-1}} P(x_t|x_{t-1})m_{t-1}[x_{t-1}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_t[x_t] &= P(x_t, e_{1:t}) \\ &= P(e_t|x_t) \sum_{x_{t-1}} P(x_t|x_{t-1})f_{t-1}[x_{t-1}] \end{aligned}$$



$$x_{1:T}^* = \arg \max_{x_{1:T}} P(x_{1:T} | e_{1:T}) = \arg \max_{x_{1:T}} P(x_{1:T}, e_{1:T})$$

$$\begin{aligned} m_t[x_t] &= \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, x_t, e_t) \\ &= \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, e_{1:t-1}) P(x_t | x_{t-1}) P(e_t | x_t) \\ &= P(e_t | x_t) \max_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, e_{1:t-1}) \\ &= P(e_t | x_t) \max_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) m_{t-1}[x_{t-1}] \end{aligned}$$