

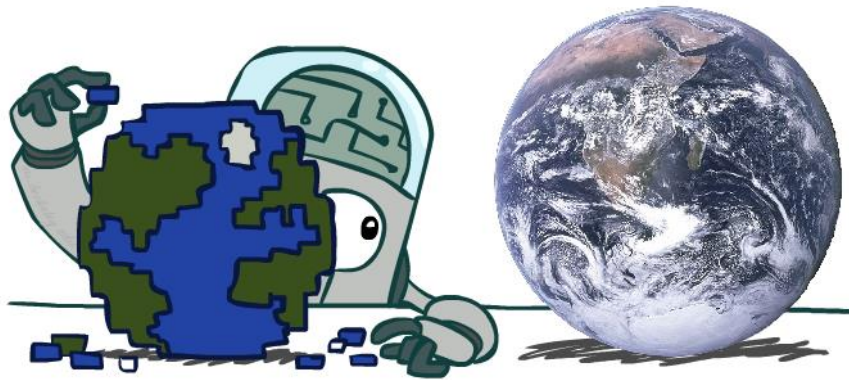
# شبکه‌های بی‌سیم: بازنگری

سید ناصر رضوی [www.snrazavi.ir](http://www.snrazavi.ir)

۱۳۹۸

# مدل‌های احتمالاتی

۲



□ مدل. تشریح عملکرد محیط (یا بخشی از آن)

□ مدل‌ها همواره شامل ساده‌سازی هستند.

□ ممکن است مدل همه متغیرها را در نظر نگیرد.

□ ممکن است مدل همه تعاملات میان متغیرها را در نظر نگیرد.

□ «همه مدل‌ها نادرست هستند، اما برخی از آنها مفیدند» -- جرج باکس

□ س. از مدل‌های احتمالاتی چه استفاده‌ای می‌توان کرد؟

□ عامل نیاز دارد با توجه به شواهد موجود، درباره متغیرهای ناشناخته محیط استدلال کند.

□ مانند استدلال تشخیصی و استدلال علی

# مدل برای محیط عامل روح یاب

۳

□ یادآوری. ارواح مخفی هستند، حسگرهای عامل دارای نویز هستند.

□ متغیرها.

□  $T$ : حسگر بالایی قرمز است.

□  $B$ : حسگر پایینی قرمز است.

□  $G$ : روح در خانه بالایی است.

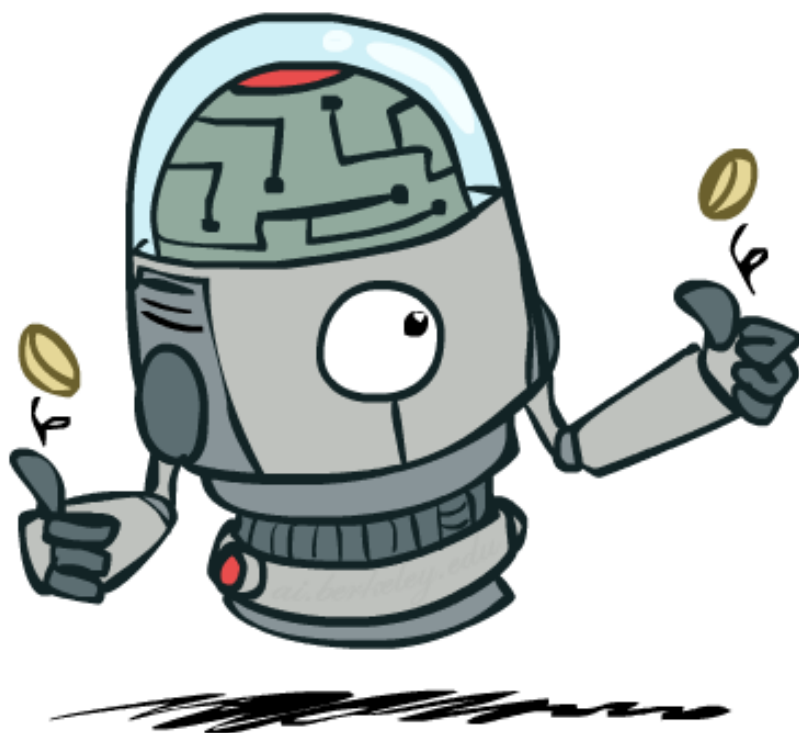
□ پرسش‌های نمونه.

□  $P(+g | +t, \neg b)$ ,  $P(+g | +t)$ ,  $P(+g)$

□ مشکل. حجم بسیار زیاد توزیع توأم!!!

| $T$      | $B$      | $G$      | $P(T, B, G)$ |
|----------|----------|----------|--------------|
| $+t$     | $+b$     | $+g$     | 0.16         |
| $+t$     | $+b$     | $\neg g$ | 0.16         |
| $+t$     | $\neg b$ | $+g$     | 0.24         |
| $+t$     | $\neg b$ | $\neg g$ | 0.04         |
| $\neg t$ | $+b$     | $+g$     | 0.04         |
| $\neg t$ | $+b$     | $\neg g$ | 0.24         |
| $\neg t$ | $\neg b$ | $+g$     | 0.06         |
| $\neg t$ | $\neg b$ | $\neg g$ | 0.06         |

|      |
|------|
| 0.50 |
| 0.50 |



# استقلال

۵

□ دو متغیر **مستقل** هستند اگر:

$$\forall x, y : P(x, y) = P(x)P(y) \Leftrightarrow X \perp Y$$

□ یعنی، توزیع توأم این دو متغیر را می‌توان به صورت حاصل ضرب دو توزیع ساده‌تر بیان نمود.

□ یک شکل دیگر:

$$\forall x, y : P(x|y) = P(x)$$

□ استقلال یک فرض ساده کننده در مدل سازی است:

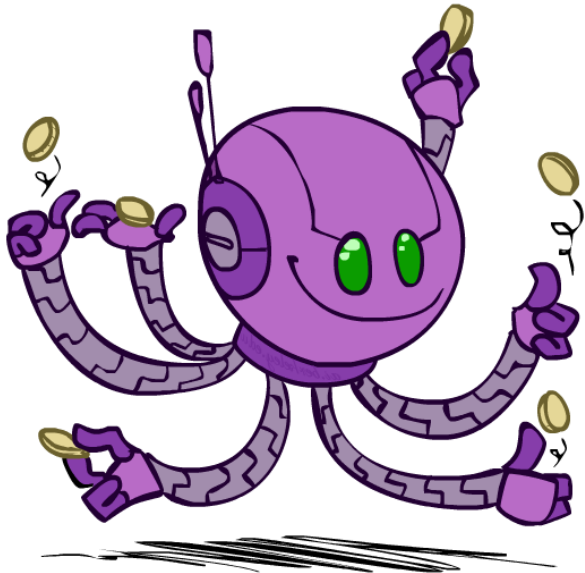
□ توزیع‌های توأم تجربی در بهترین حالت «نزدیک» به شرایط استقلال هستند.

□ به عنوان مثال، در مورد متغیرهای «آب و هوا»، «ترافیک» و «دندان درد» چه می‌توان فرض کرد؟

# استقلال: مثال

۶

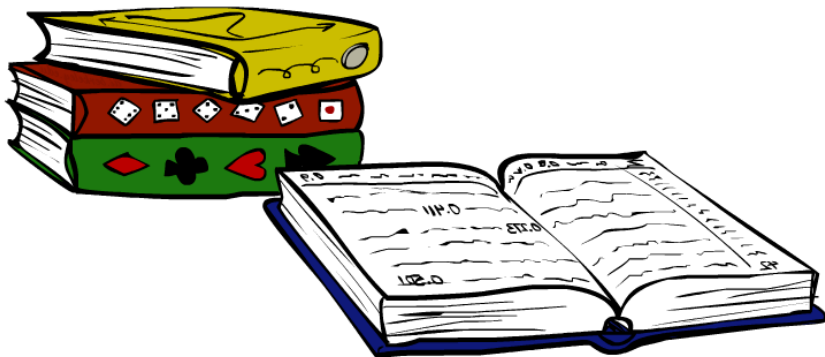
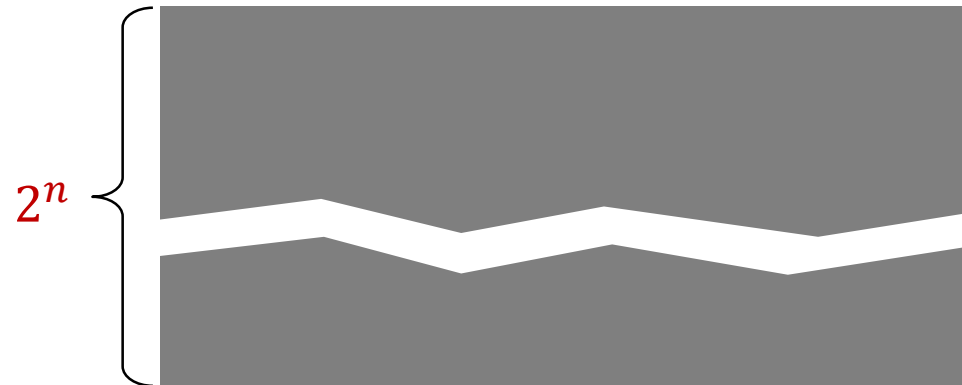
□ مثال. پرتاب  $n$  سکه



| $P(X_1)$ |     | $P(X_2)$ |     | $\dots$ |  | $P(X_n)$ |     |
|----------|-----|----------|-----|---------|--|----------|-----|
| $h$      | 0.5 | $h$      | 0.5 |         |  | $h$      | 0.5 |
| $t$      | 0.5 | $t$      | 0.5 |         |  | $t$      | 0.5 |

$2 \cdot n$

$P(X_1, X_2, \dots, X_n)$



# استقلال؟

۷

□ س. آیا متغیرهای  $T$  و  $W$  مستقل هستند؟

$P_1(T, W)$

| $T$  | $W$  | $P_1(T, W)$ |
|------|------|-------------|
| hot  | sun  | 0.4         |
| hot  | rain | 0.1         |
| cold | sun  | 0.2         |
| cold | rain | 0.3         |

وابسته

| $T$  | $P(T)$ |
|------|--------|
| hot  | 0.5    |
| cold | 0.5    |

| $W$  | $P(W)$ |
|------|--------|
| sun  | 0.6    |
| rain | 0.4    |

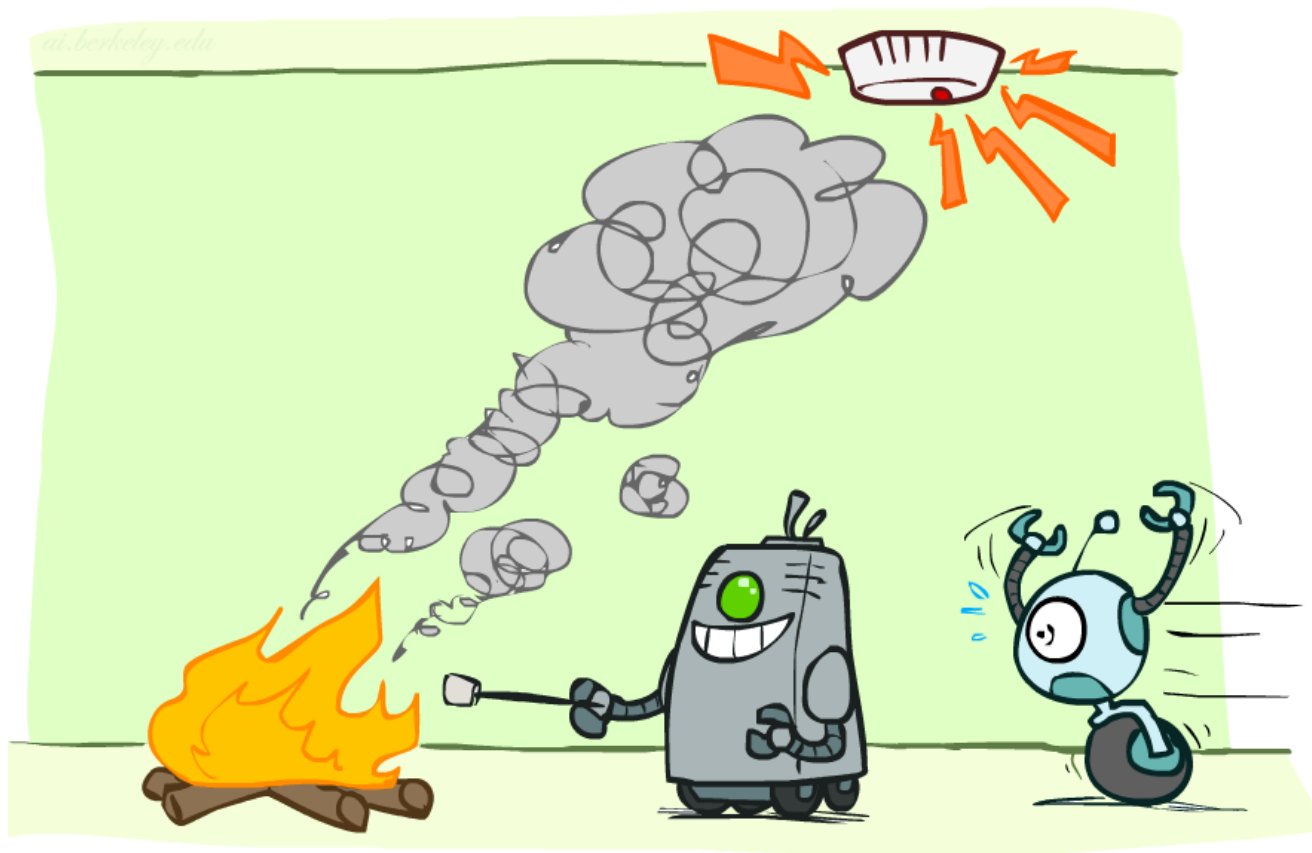
$P_2(T, W)$

| $T$  | $W$  | $P_2(T, W)$ |
|------|------|-------------|
| hot  | sun  | 0.3         |
| hot  | rain | 0.2         |
| cold | sun  | 0.3         |
| cold | rain | 0.2         |

مستقل

# استقلال شرطی

۸





# استقلال شرطی

۹

□ استقلال شرطی مبنایی ترین و مستحکم ترین نوع دانش ما در مورد محیط های غیرقطعی است:

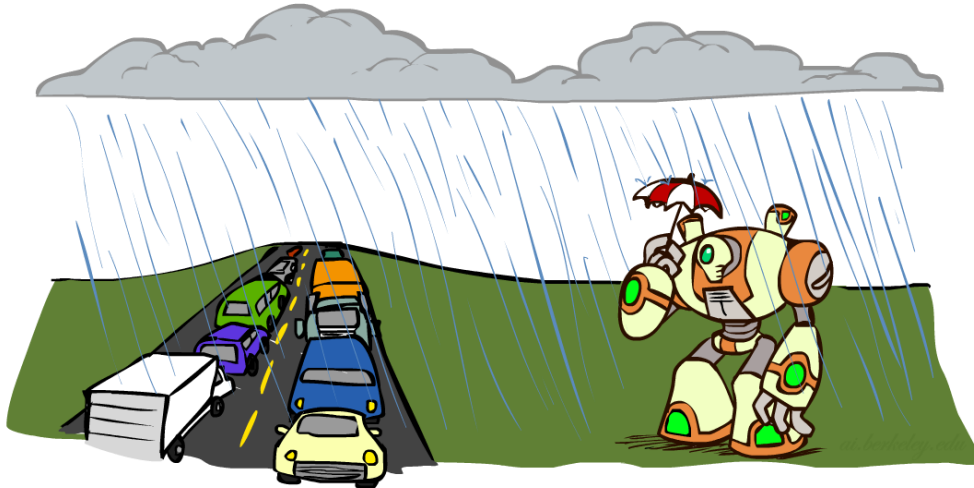
$$\forall x, y, z : P(x, y|z) = P(x|z)P(y|z)$$

$$X \perp Y | Z$$

$$\forall x, y, z : P(x|y, z) = P(x|z)$$

□ س. در دامنه زیر کدام متغیرها مستقل شرطی هستند؟

□ ترافیک، بارندگی و چتر



# استقلال شرطی

۱۰

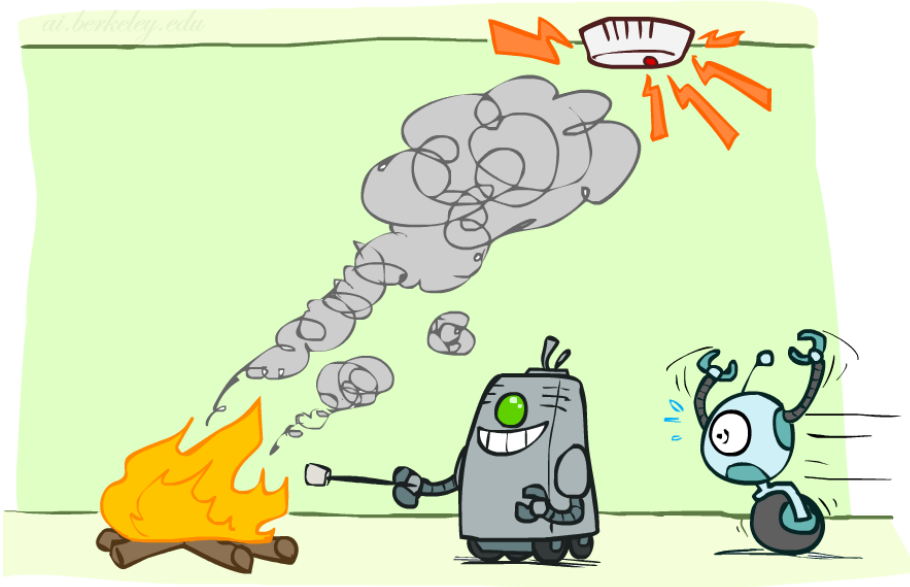
□ استقلال شرطی مبنایی ترین و مستحکم ترین نوع دانش ما در مورد محیط های غیرقطعی است:

$$\forall x, y, z : P(x, y | z) = P(x | z) P(y | z)$$

$$X \perp Y | Z$$

$$\forall x, y, z : P(x | y, z) = P(x | z)$$

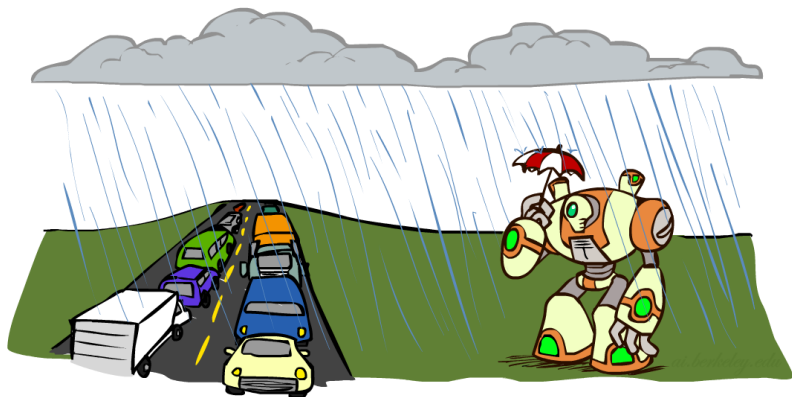
□ س. در دامنه زیر کدام متغیرها مستقل شرطی هستند؟  
□ آتش، دود و زنگ هشدار



# استقلال شرطی و قاعده زنجیری

۱۱

□ قاعده زنجیری.



$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_2, X_1) \dots$$

□ یک تجزیه بدیهی.

$$P(\text{Rain}, \text{Traffic}, \text{Umbrella})$$

$$= P(\text{Rain})P(\text{Traffic}|\text{Rain})P(\text{Umbrella}|\text{Traffic}, \text{Rain})$$

□ با فرض استقلال شرطی.

$$P(\text{Rain}, \text{Traffic}, \text{Umbrella})$$

$$= P(\text{Rain})P(\text{Traffic}|\text{Rain})P(\text{Umbrella}|\text{Rain})$$

# قاعده زنجیری برای محیط عامل روح یاب

۱۲

- یادآوری. خروجی هر حسگر تنها به مکان روح بستگی دارد.
- یعنی، با دانستن مکان روح، دو حسگر مستقل شرطی هستند.

| $T$      | $B$      | $G$      | $P(T, B, G)$ |
|----------|----------|----------|--------------|
| $+t$     | $+b$     | $+g$     | 0.16         |
| $+t$     | $+b$     | $\neg g$ | 0.16         |
| $+t$     | $\neg b$ | $+g$     | 0.24         |
| $+t$     | $\neg b$ | $\neg g$ | 0.04         |
| $\neg t$ | $+b$     | $+g$     | 0.04         |
| $\neg t$ | $+b$     | $\neg g$ | 0.24         |
| $\neg t$ | $\neg b$ | $+g$     | 0.06         |
| $\neg t$ | $\neg b$ | $\neg g$ | 0.06         |

$$P(G, T, B) = P(G)P(T|G)P(B|G)$$

- متغیرها.

- $T$ : حسگر بالایی قرمز است.
- $B$ : حسگر پایینی قرمز است.
- $G$ : روح در خانه بالایی است.

- داده‌ها.

$$P(+g) = 0.5$$

$$P(+t|+g) = 0.8$$

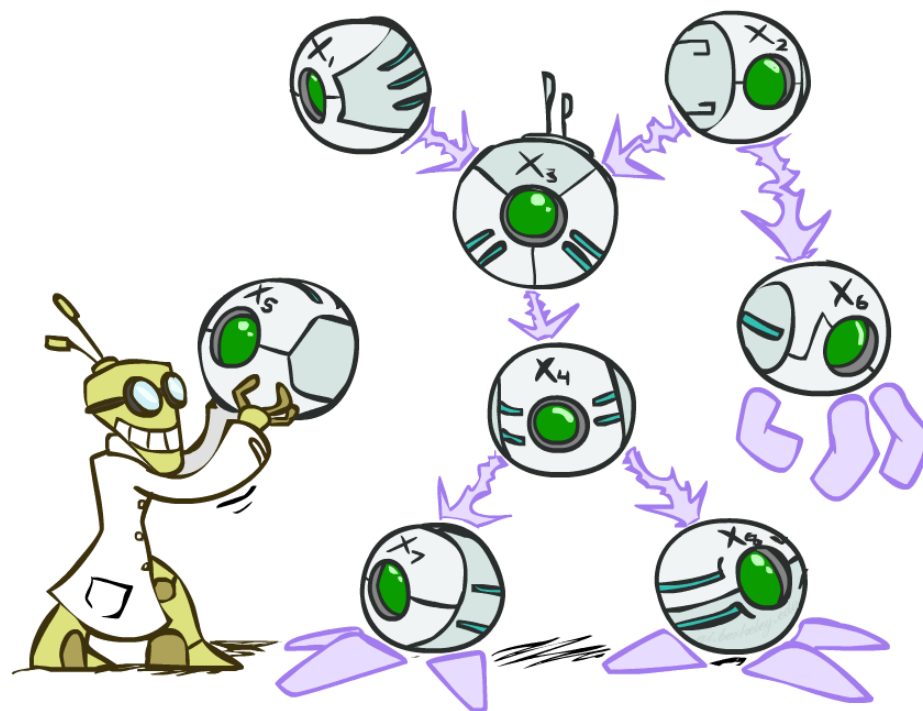
$$P(+b|+g) = 0.4$$

$$P(+t|\neg g) = 0.4$$

$$P(+b|\neg g) = 0.8$$

# شبکه‌های بیز

۱۳



# شبکه‌های بیز: معرفی

۱۴

□ مشکلات مربوط به استفاده از جداول توزیع توأم به عنوان مدل احتمالاتی.

□ به جز در مواردی که تعداد متغیرها اندک است، اندازه این جدول به قدری بزرگ است که نمی‌توان آن را به طور صریح نمایش داد.

□ یادگیری (تخمین) مقدار چند متغیر به طور همزمان دشوار است، مگر آن که تعداد آنها اندک باشد.

□ شبکه‌های بیز: روشی به منظور توصیف توزیع‌های توأم پیچیده (مدل‌ها) با استفاده از توزیع‌های محلی و ساده (توزیع‌های شرطی)

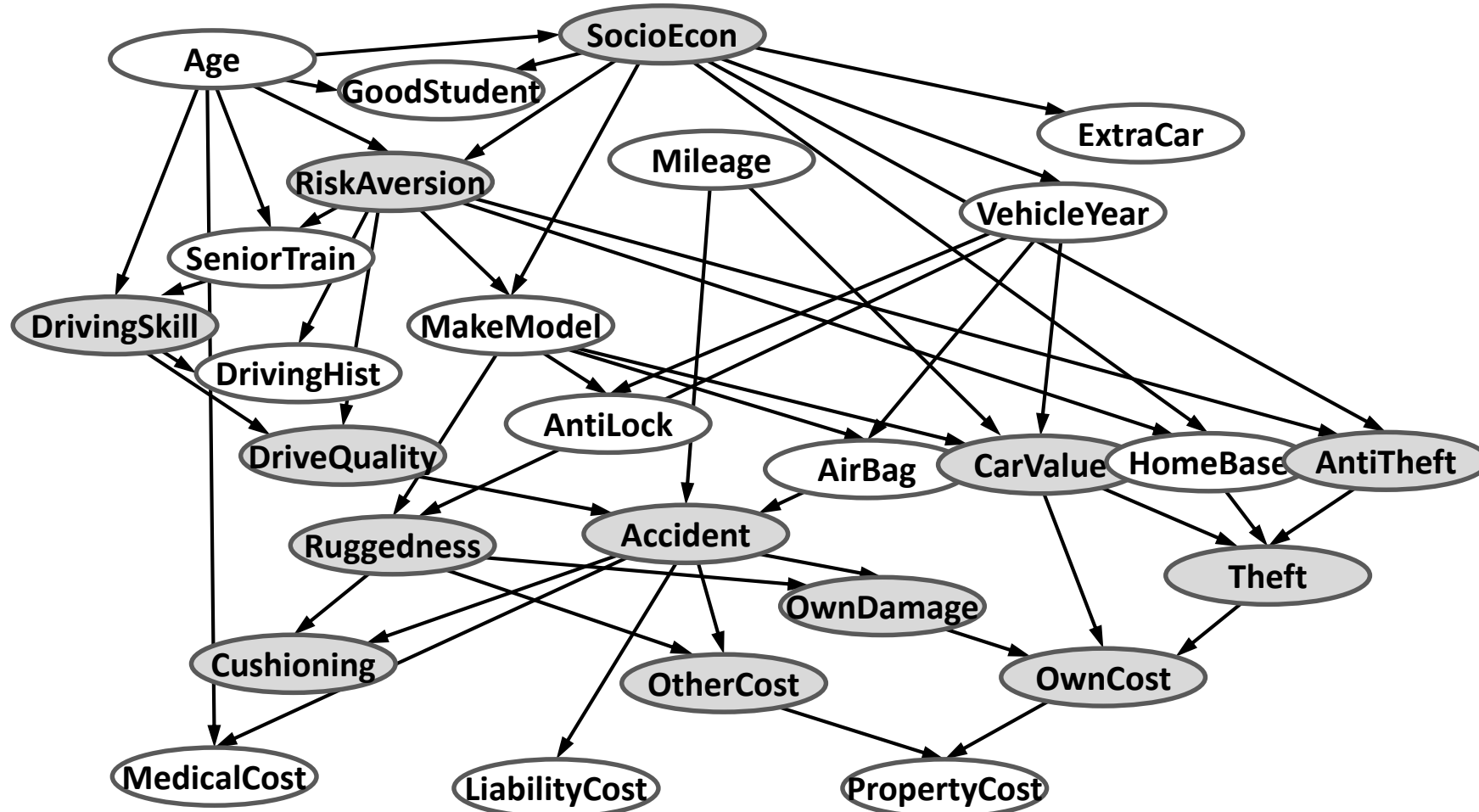
□ یک نام مناسب‌تر: مدل‌های گرافی

□ به وسیله شبکه بیز توضیح می‌دهیم متغیرها چگونه به صورت محلی با یکدیگر تعامل دارند.

□ تعاملات سراسری به صورت غیرمستقیم و در نتیجه این تعاملات محلی به دست می‌آیند.

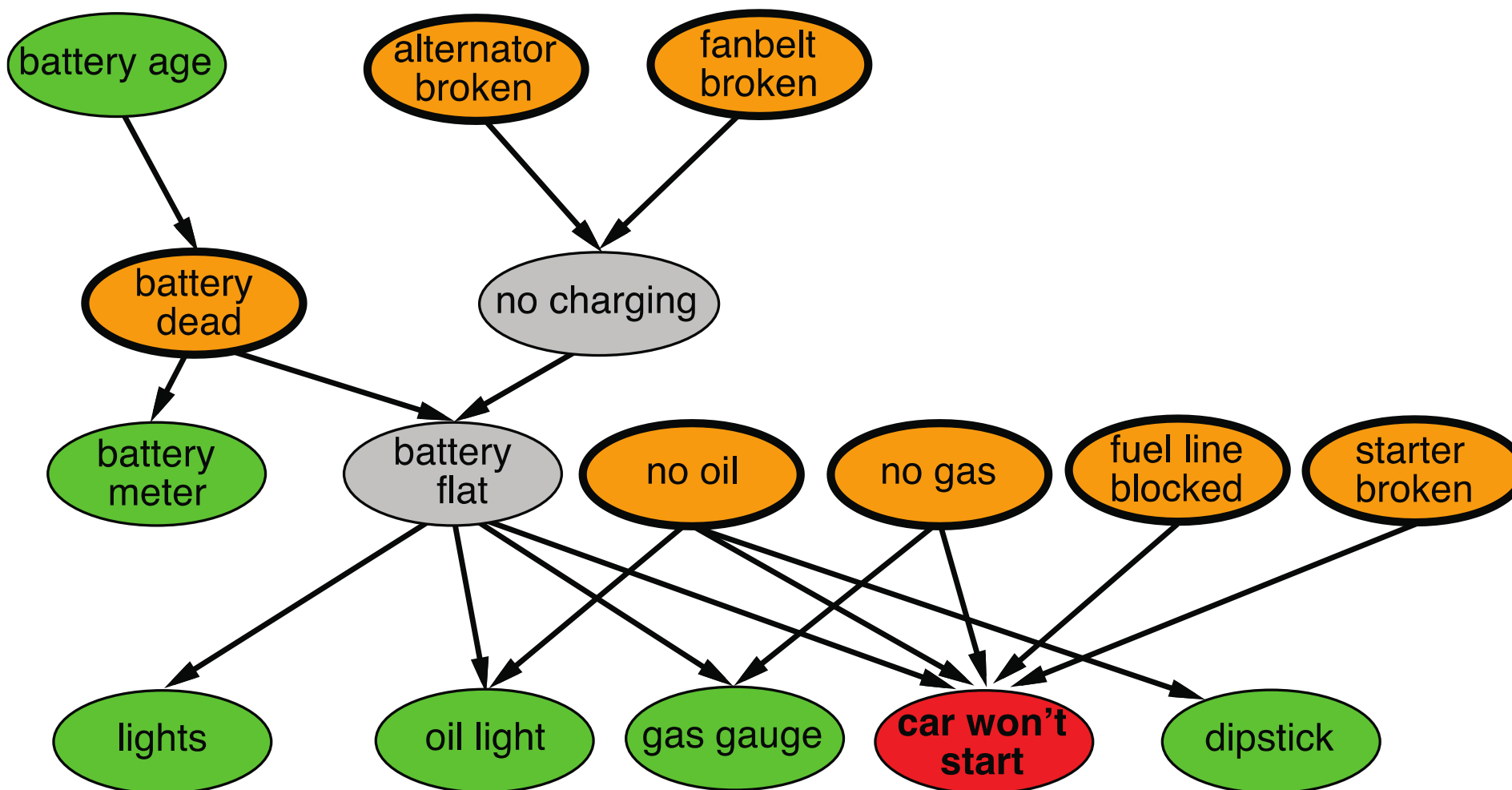
# مثال شبکه بیز: بیمه

۱۵



# مثال شبکه بیز: خودرو

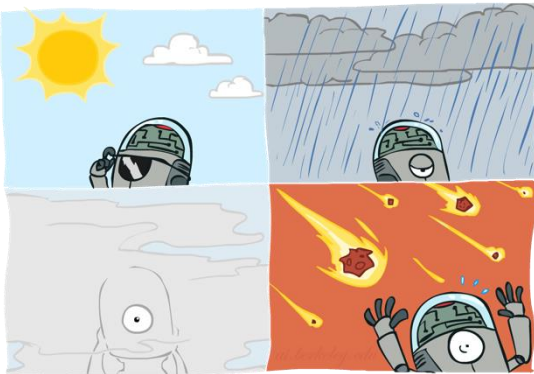
۱۶





# مدل گرافی

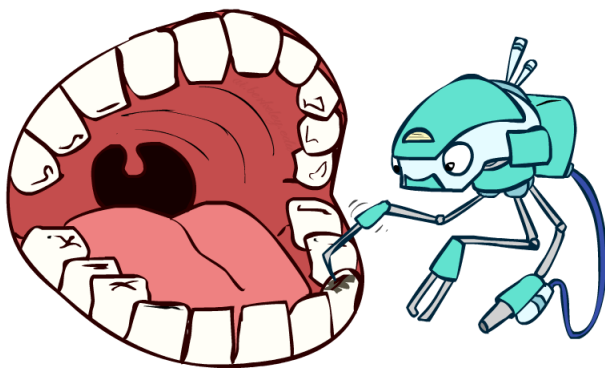
۱۷



Weather

□ رؤوس. متغیرها [و دامنه‌ها]

□ می‌توانند دارای مقدار (مشاهده شده)  
یا بدون مقدار (مشاهده نشده) باشند.



Cavity

Toothache

Catch

□ یال‌ها. تعاملات

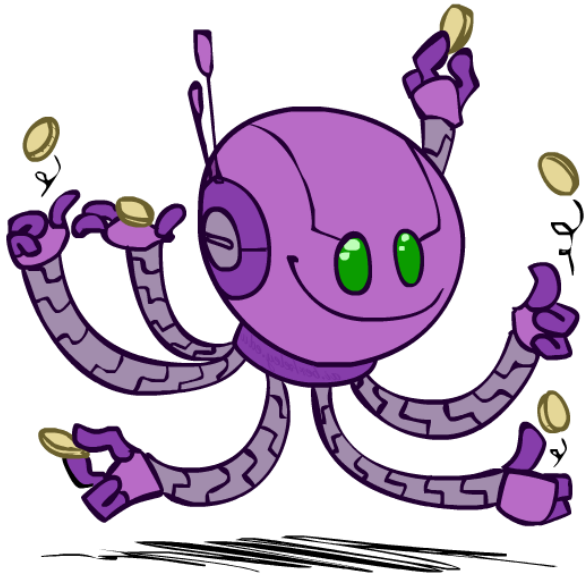
□ مانند محدودیت‌ها در یک CSP

□ بیانگر «تأثیر مستقیم»

□ به بیان رسمی: بیانگر وابستگی شرطی

# مثال: پرتاب سکه

۱۸



□  $n$  پرتاب مستقل سکه.

$X_1$

$X_2$

...

$X_n$

□ هیچ تعاملی بین متغیرها وجود ندارد: استقلال مطلق

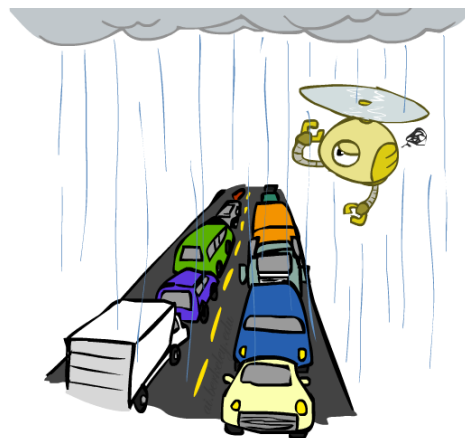
# مثال: ترافیک (۱)

۱۹



$R$

$T$



$R$

$T$

□ مثال. ترافیک

□ متغیرها.

□  $R$ : هوا بارانی است.

□  $T$ : ترافیک وجود دارد.

□ مدل ۱. استقلال

□ مدل ۲. باران بر روی ترافیک تأثیر دارد.

□ س. چرا استفاده از مدل دوم برای عامل بهتر است؟

# مثال: ترافیک (۲)

۲۰



□ مثال. ایجاد یک مدل علی برای ترافیک!

□ متغیرها.

□ R: هوا بارانی است.

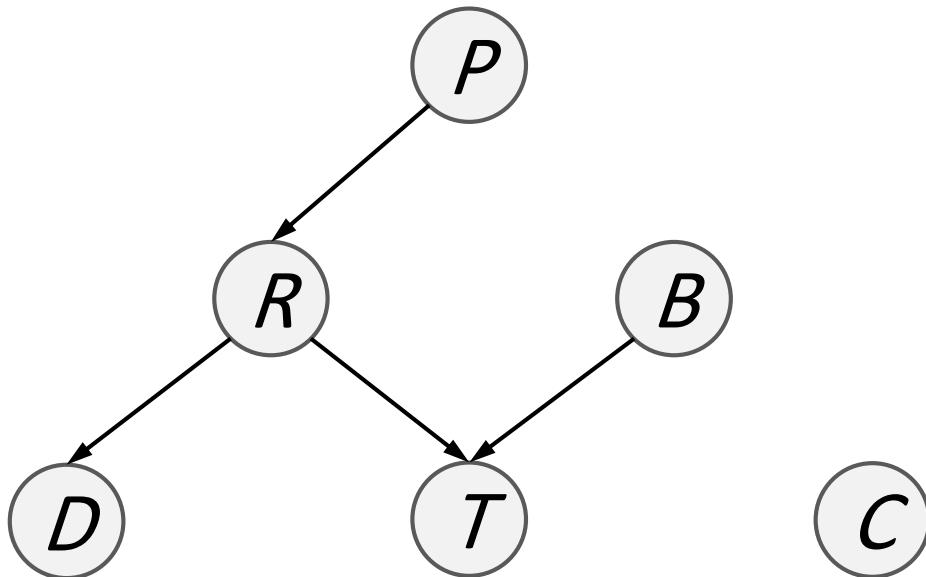
□ T: ترافیک وجود دارد.

□ P: فشار هوا پایین است.

□ D: سقف چکه می کند.

□ B: بازی فوتبال در جریان است.

□ C: دندان سوراخ است.



# مثال: زنگ هشدار

۲۱

□ متغیرها.

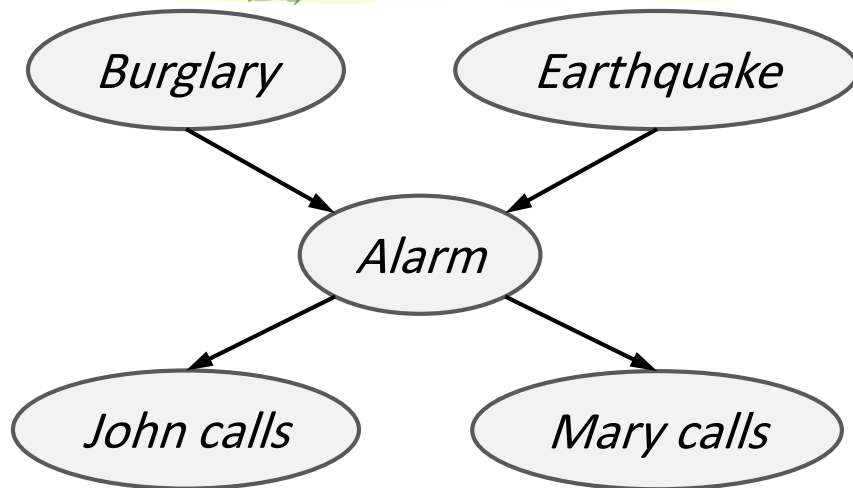
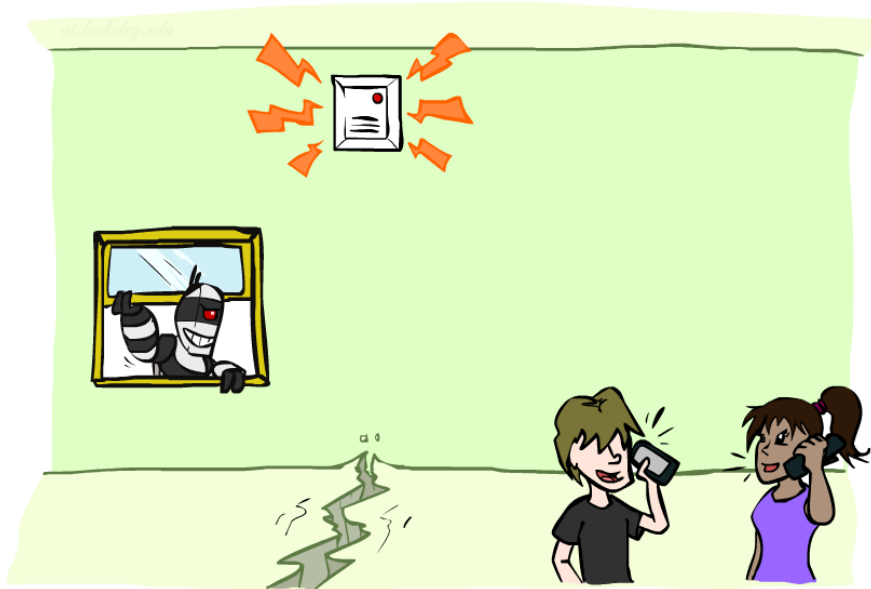
□ A: زنگ هشدار به صدا درآمده است.

□ B: سرقت رخ داده است.

□ E: زمین لرزه رخ داده است.

□ J: جان تماس گرفته است.

□ M: مری تماس گرفته است.



# شبکه‌های بیز: معنا

۲۲

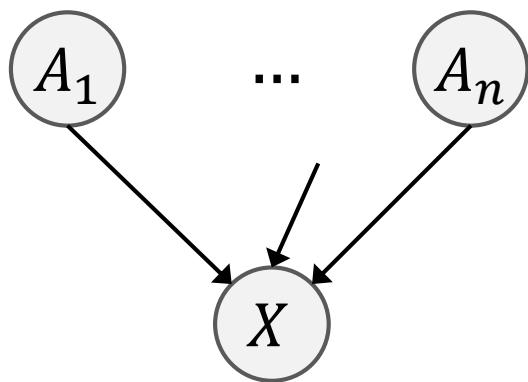




# شبکه‌های بیز: معنا

۲۳

□ شبکه بیز.



$$P(X|A_1, A_2, \dots, A_n)$$

□ یک گراف جهت‌دار و بدون دور

□ هر رأس بیانگر یک متغیر تصادفی

□ به ازای هر رأس یک توزیع احتمالات شرطی

■ یک مجموعه از توزیع‌های احتمالی بر روی متغیر  $X$ ,

یک توزیع به ازای هر ترکیب ممکن از مقادیر والدین

$$P(X|Parents(X))$$

■ یک جدول توزیع احتمالات (CPT)

■ بیانگر یک فرایند «علّی» دارای نویز

شبکه بیز = توپولوژی (گراف) + احتمالات شرطی محلی



# احتمالات در شبکه‌های بیز

۲۴

□ شبکه‌های بیز به صورت **ضمنی** بیانگر یک تابع توزیع احتمالات توأم هستند.

□ فرمول بازسازی شبکه بیز.

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \text{parents}(x_i))$$

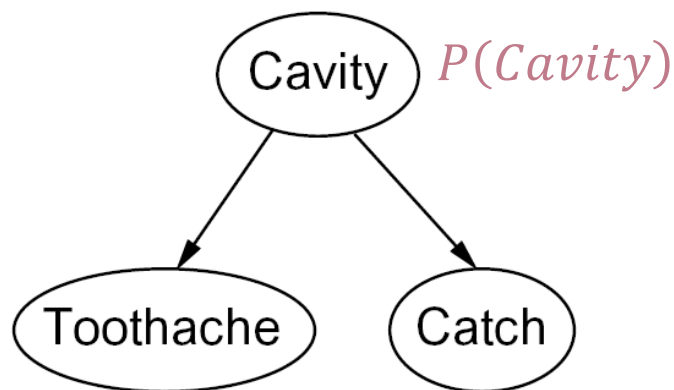
□ مثال.

$P(\text{Cavity}, \text{Catch}, \text{Toothache})$

$= P(\text{Cavity})$

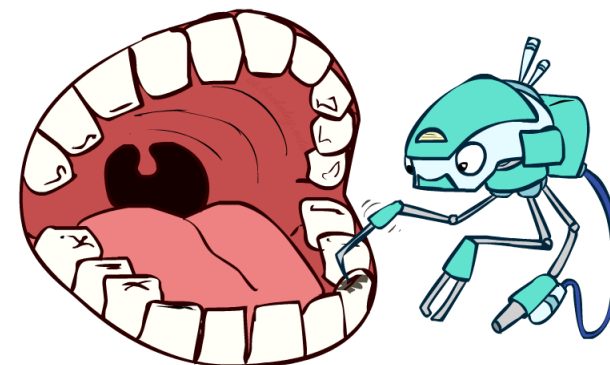
$\times P(\text{Catch} | \text{Cavity})$

$\times P(\text{Toothache} | \text{Cavity})$



$P(\text{Toothache} | \text{Cavity})$

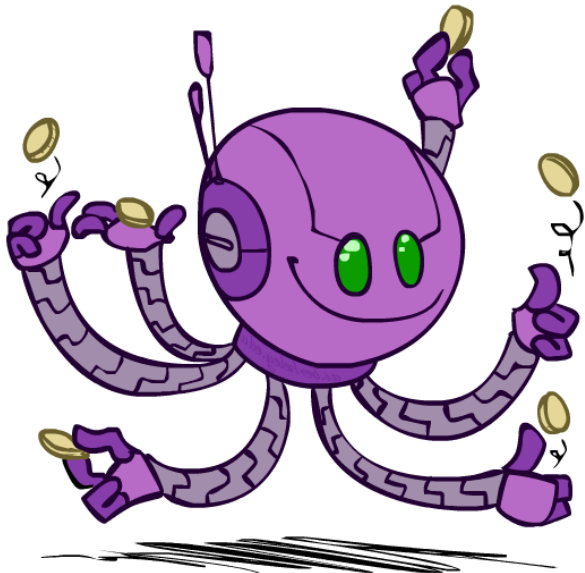
$P(\text{Catch} | \text{Cavity})$





# مثال: پرتاب سکه

۲۵



| $X_1$    |     |
|----------|-----|
| $P(X_1)$ |     |
| $h$      | 0.5 |
| $t$      | 0.5 |

| $X_2$    |     |
|----------|-----|
| $P(X_2)$ |     |
| $h$      | 0.5 |
| $t$      | 0.5 |

...

...

| $X_n$    |     |
|----------|-----|
| $P(X_n)$ |     |
| $h$      | 0.5 |
| $t$      | 0.5 |

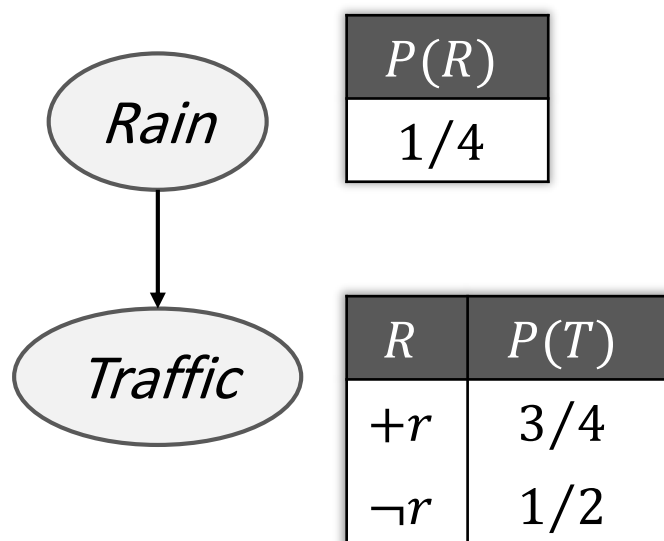
$$P(h, h, t, h) = P(h)P(h)P(t)P(h)$$

□ **توجه.** تنها آن دسته از توزیع‌هایی که متغیرهایشان کاملاً مستقل هستند، می‌توانند با یک شبکه بیز بدون یال نمایش داده شوند.

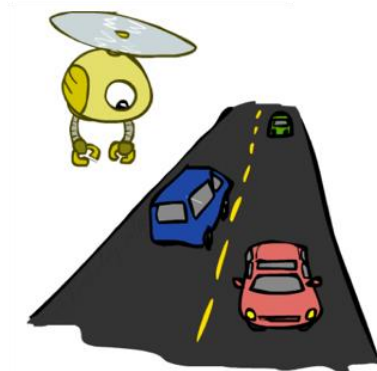
# مثال: ترافیک

۲۶

□ مثال. ترافیک

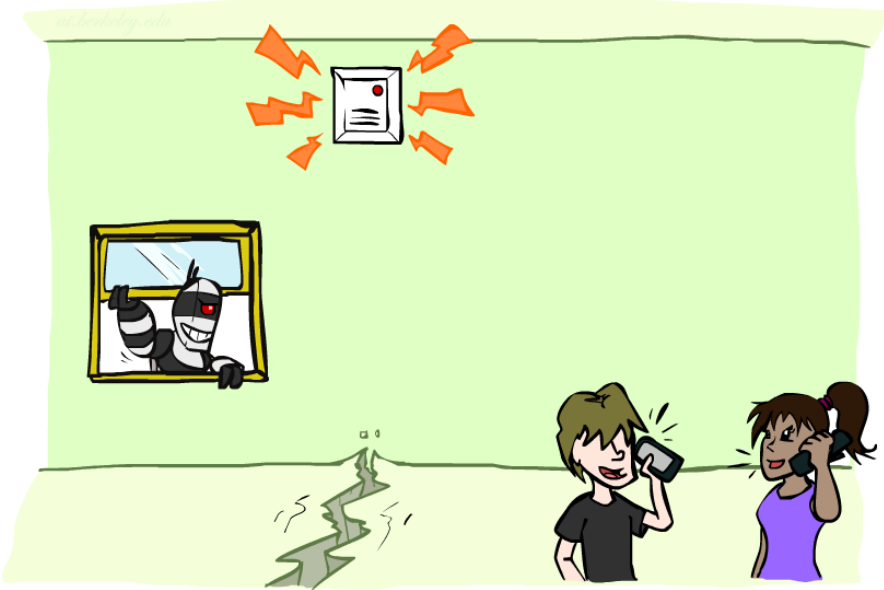


$$\begin{aligned} P(+r, \neg t) &= P(+r)P(\neg t|+r) \\ &= (1/4) \times (1/4) \end{aligned}$$



# مثال: زنگ هشدار

۲۷

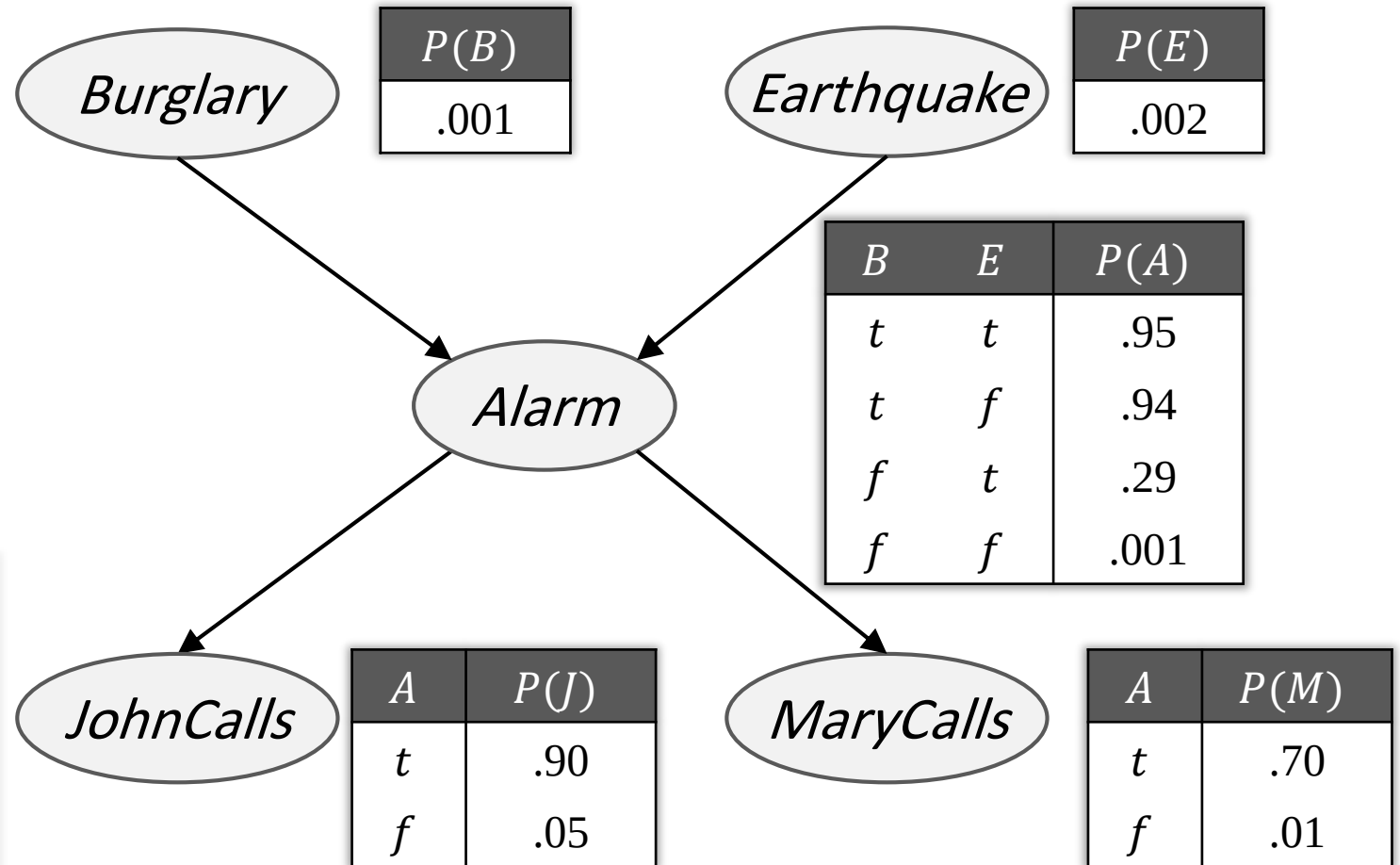


$$P(j, m, a, \neg b, \neg e)$$

$$= P(j|a)P(m|a)P(a|\neg b, \neg e)P(\neg b)P(\neg e)$$

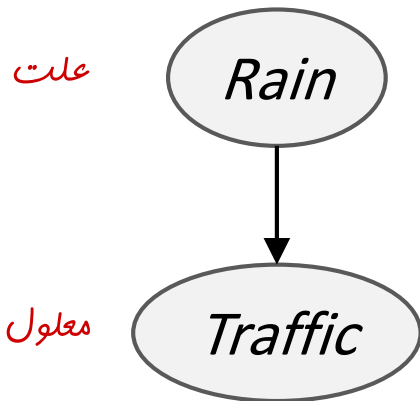
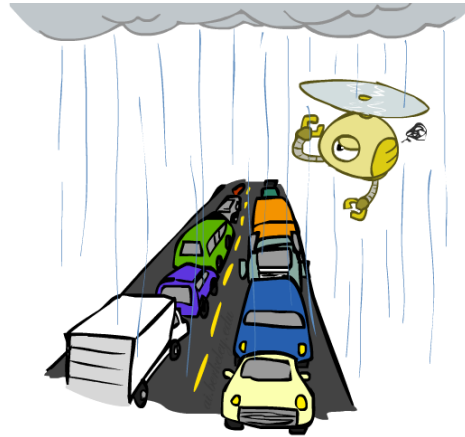
$$= 0.90 \times 0.70 \times 0.001 \times 0.999 \times 0.988$$

$$= 0.000628$$



# مدل علی: ترافیک

۲۸



$$P(R)$$

| $P(R)$ |
|--------|
| .25    |

$$P(T|R)$$

| $R$      | $P(T)$ |
|----------|--------|
| $+r$     | .75    |
| $\neg r$ | .50    |

□ مدل علی. جهت یال‌ها از علت به معلول

$$P(R, T)$$

| $B$      | $E$      | $P(A)$ |
|----------|----------|--------|
| $+r$     | $+t$     | $3/16$ |
| $+r$     | $\neg t$ | $1/16$ |
| $\neg r$ | $+t$     | $6/16$ |
| $\neg r$ | $\neg t$ | $6/16$ |

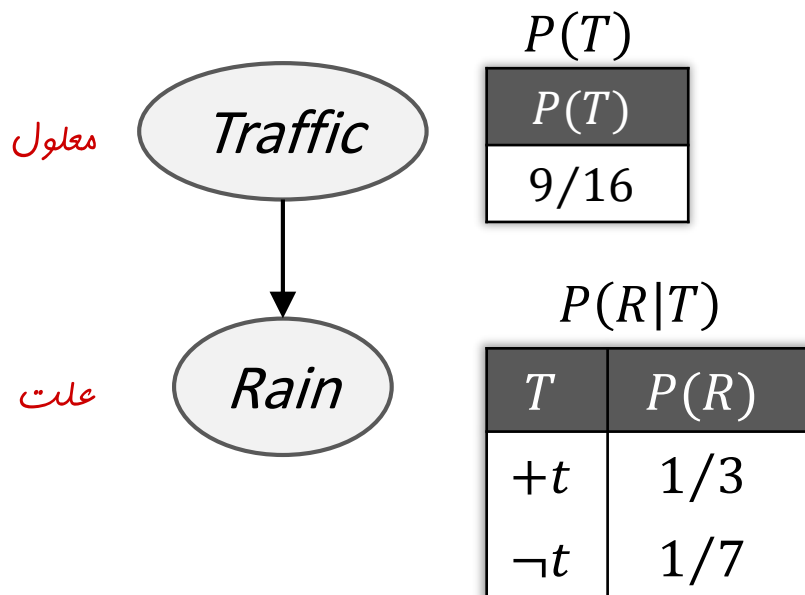
توزیع توأم

# مدل تشخیصی: ترافیک

۲۹



□ مدل تشخیصی. جهت یال ها از معلول به علت



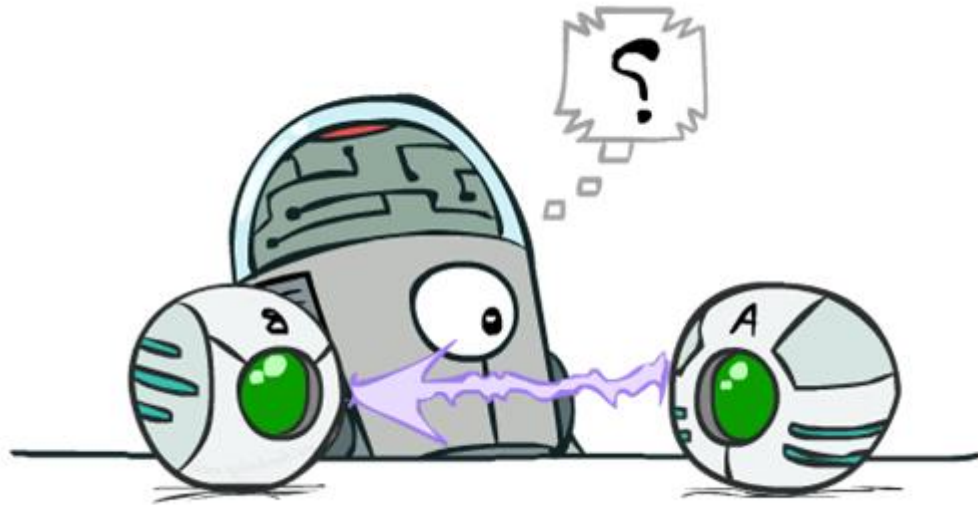
$P(R, T)$

| <i>B</i>   | <i>E</i>   | <i>P(A)</i> |
|------------|------------|-------------|
| + <i>r</i> | + <i>t</i> | 3/16        |
| + <i>r</i> | ¬ <i>t</i> | 1/16        |
| ¬ <i>r</i> | + <i>t</i> | 6/16        |
| ¬ <i>r</i> | ¬ <i>t</i> | 6/16        |

توزیع توأم

# مدل علی یا تشخیصی؟

۳۰



□ س. چرا ما اغلب مدل علی را ترجیح می‌دهیم؟

□ معمولاً ساده‌تر [گره‌ها، والدین کمتری دارند]

□ فکر کردن درباره آن راحت‌تر

□ استخراج آن از افراد خبره ساده‌تر

■ به عنوان مثال پزشکان خبره بیشتر ترجیح می‌دهند

راجع به قواعد علی قضاوت احتمالاتی داشته باشند تا قواعد تشخیصی!

□ لازم نیست روابط بیان شده در شبکه‌های بیز حتماً روابط علی باشند.

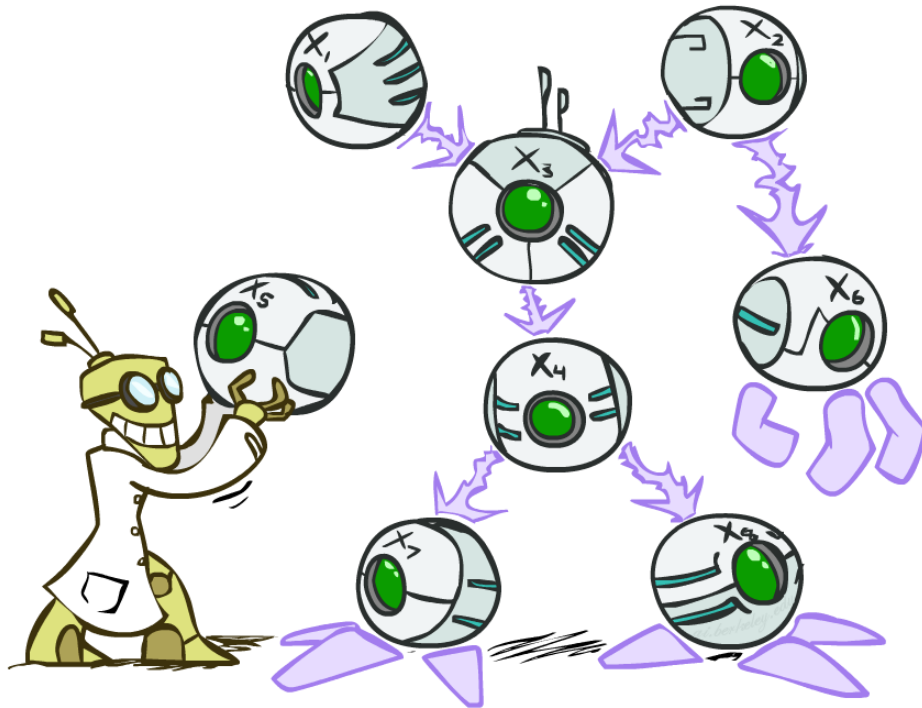
□ برخی مواقع یک شبکه علی بر روی دامنه وجود ندارد [به ویژه اگر برخی از متغیرها در نظر نگرفته شده باشند].

□ مثلاً متغیرهای «ترافیک» و «چکیدن آب از سقف» را در نظر بگیرید.

□ در این مواقع یال‌ها بیانگر روابط همبستگی بین متغیرها هستند و نه روابط علی.

# شبکه‌های بیز

۳۱



□ تا اینجا دیدیم چگونه می‌توان از یک شبکه بیز برای نمایش یک توزیع توأم استفاده نمود.

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \text{parents}(x_i))$$

□ در بخش بعد خواهیم دید چگونه می‌توان به پرسش‌ها درباره این توزیع پاسخ داد.

□ ایده اصلی: استقلال شرطی

□ هدف: بررسی تأثیر و استقلال شرطی متغیرها [رئوس شبکه بیز]

□ در نهایت به بررسی چگونگی استنتاج در شبکه‌های بیز خواهیم پرداخت.