

مدلهای مخفی مارکوف I

سید ناصر رضوی n.razavi@tabrizu.ac.ir

۱۳۹۸

استدلال در طول زمان یا مکان

۲

□ **انگیزه.** در بسیاری از موارد نیاز داریم درباره **دنباله‌ای از مشاهدات** استدلال کنیم.

□ شناسایی گفتار

□ مکان‌یابی روبات

□ مراقبت‌های پزشکی

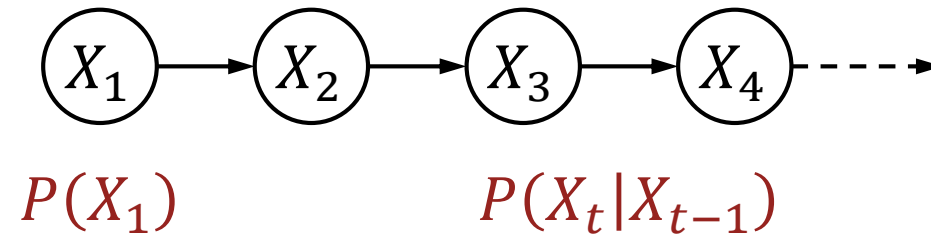
□ توجه کاربر

□ **راه‌حل.** افزودن مفهوم زمان (یا مکان) به مدل‌های خود!

مدل‌های مارکوف

۳

□ حالت. مقدار متغیر X در یک زمان مشخص حالت نام دارد.



□ پارامترها. [احتمال تغییر حالت، دینامیک]

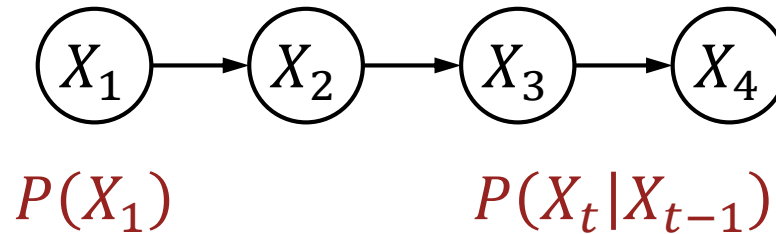
□ تعیین کننده چگونگی تغییر حالت مدل در طول زمان!

□ فرض ایستایی: احتمال تغییر حالت‌ها با گذشت زمان ثابت است.

□ همانند مدل تغییر حالت در MDP، اما در اینجا انتخاب عمل وجود ندارد.

توزیع توأم مدل‌های مارکوف

۴



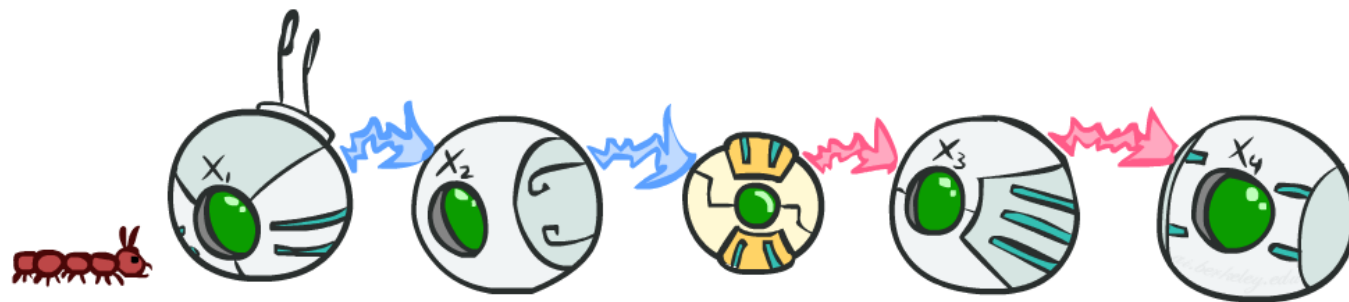
□ توزیع توأم.

$$P(X_1, X_2, X_3, X_4) = P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_2)P(X_4|X_3)$$

□ در حالت کلی.

$$\begin{aligned} P(X_1, X_2, \dots, X_T) &= P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_2) \cdots P(X_T|X_{T-1}) \\ &= P(X_1) \prod_{t=2}^T P(X_t|X_{t-1}) \end{aligned}$$

استقلال شرطی



□ استقلال شرطی پایه‌ای.

□ با دانستن حال، گذشته و آینده مستقل هستند.

□ هر حالت تنها به حالت قبل از خود وابسته است.

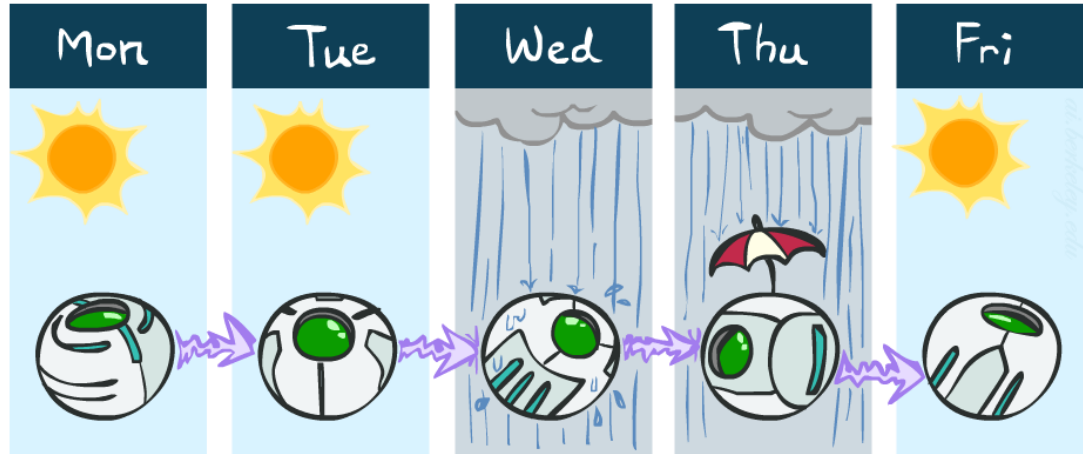
■ ویژگی مارکوف **مرتبه اول!**

□ توجه داشته باشید که این زنجیره (نامتناهی) چیزی به جز یک شبکه بیز نیست.

□ بنابراین اگر برای این زنجیره یک طول ثابت در نظر بگیریم، همواره می‌توانیم از روش‌های استنتاج عمومی مربوط به شبکه‌های بیز استفاده کنیم. [مانند الگوریتم حذف متغیر]

مثال از زنجیره مارکوف: آب و هوا

۶



□ حالت‌ها.

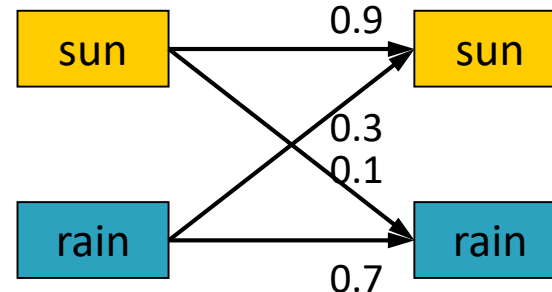
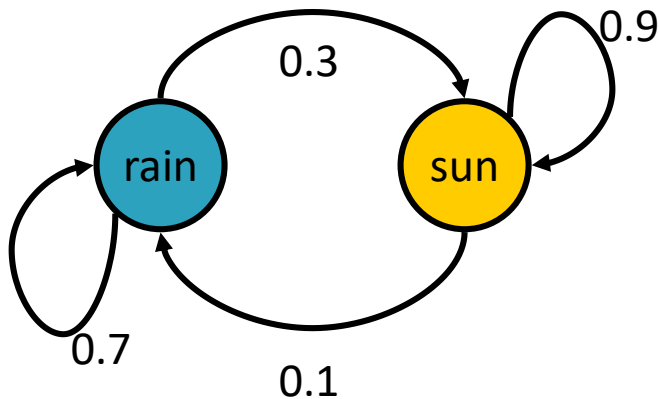
$$X = \{rain, sun\}$$

□ توزیع اولیه.

$$P(X) = \langle sun: 1.0, rain: 0.0 \rangle$$

□ جداول توزیع احتمال شرطی.

دو روش جدید برای نمایش جدول توزیع احتمال شرطی

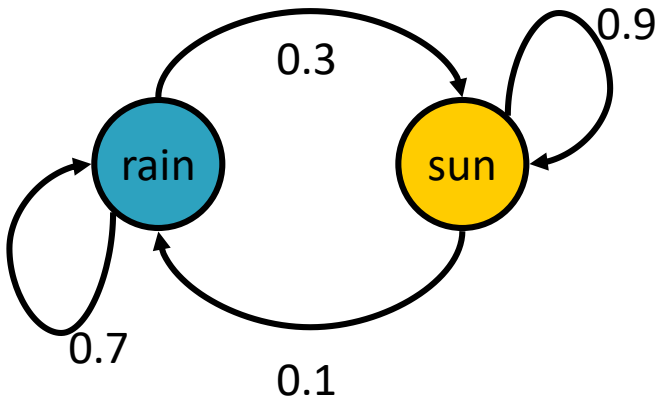


X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

مثال از زنجیره مارکوف: آب و هوا

۷

□ توزیع اولیه.



$$P(X_1) = \langle sun: 1.0, rain: 0.0 \rangle$$

□ محاسبه توزیع احتمالات پس از یک مرحله.

$$\begin{aligned} P(X_2 = sun) &= P(X_2 = sun | X_1 = sun)P(X_1 = sun) + \\ &\quad P(X_2 = sun | X_1 = rain)P(X_1 = rain) \\ &= 0.9 \times 1.0 + 0.3 \times 0.0 = 0.9 \end{aligned}$$

X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

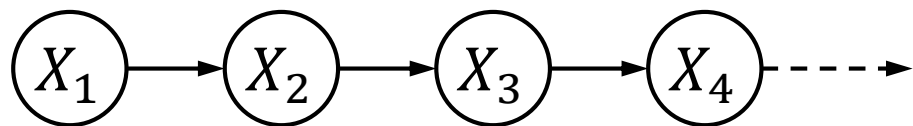
الگوریتم Mini-Forward

۸

$$P(X_t) = ?$$

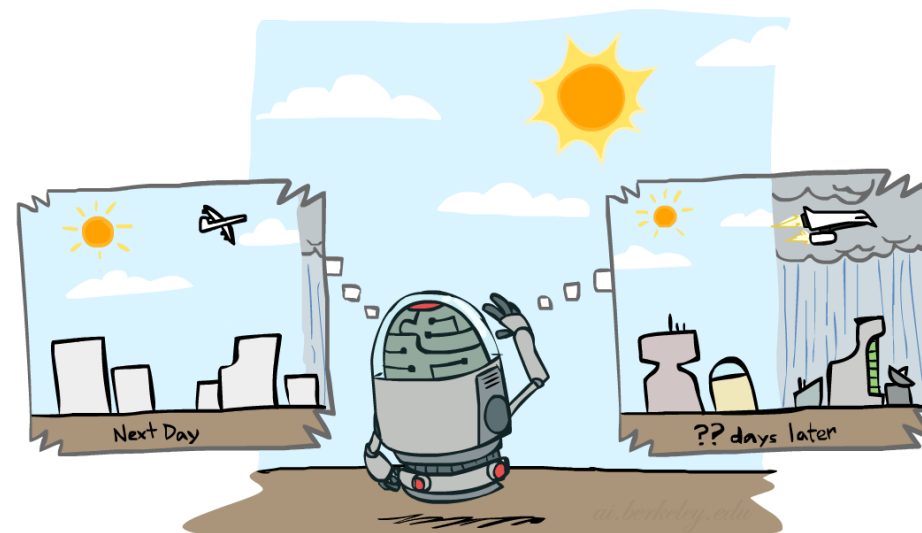
□ پرسش. وضعیت آب و هوا پس از t روز چگونه است؟

□ یک حالت خاص از الگوریتم حذف متغیر! [ترتیب حذف متغیرها: $X_1, X_2, \dots$]



$$P(x_1) = \text{known}$$

$$\begin{aligned} P(x_t) &= \sum_{x_{t-1}} P(x_t, x_{t-1}) \\ &= \sum_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) P(x_{t-1}) \end{aligned}$$



← شبیه‌سازی رو به جلو

مثال از اجرای الگوریتم Mini-Forward

۹

□ با توجه به مشاهده خورشید در روز اول:

$$\begin{array}{ccccc}
 \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0.84 \\ 0.16 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0.804 \\ 0.196 \end{pmatrix} & \longrightarrow & \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{pmatrix} \\
 P(X_1) & P(X_2) & P(X_3) & P(X_4) & & P(X_\infty)
 \end{array}$$

□ اگر روز اول هوا بارانی باشد:

$$\begin{array}{ccccc}
 \begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.7 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0.48 \\ 0.52 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0.588 \\ 0.412 \end{pmatrix} & \longrightarrow & \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{pmatrix} \\
 P(X_1) & P(X_2) & P(X_3) & P(X_4) & & P(X_\infty)
 \end{array}$$

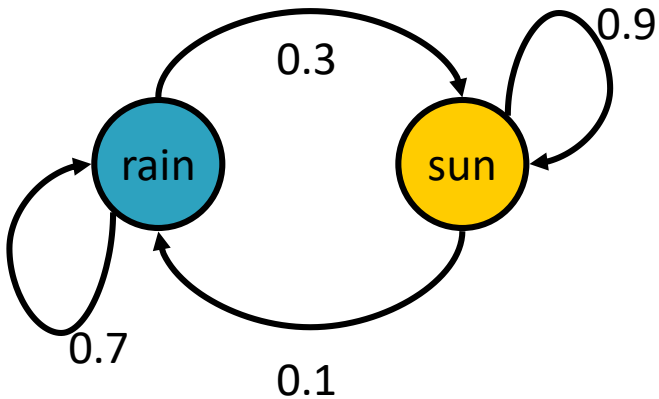
□ اگر توزیع اولیه به صورت زیر باشد:

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{pmatrix} p \\ 1 - p \end{pmatrix} & \dots & \longrightarrow & \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.25 \end{pmatrix} \\
 P(X_1) & & & P(X_\infty)
 \end{array}$$

زنجیره مارکوف: نمایش ماتریسی

۱۰

□ تغییر حالت.



$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.3 \\ 0.1 & 0.7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

$P(X_t|X_{t-1}) \quad P(X_{t-1}) \quad P(X_t)$

$$\begin{aligned} P(X_2 = \text{sun}) &= P(X_2 = \text{sun} | X_1 = \text{sun})P(X_1 = \text{sun}) + \\ &\quad P(X_2 = \text{sun} | X_1 = \text{rain})P(X_1 = \text{rain}) \\ &= 0.9 \times 1.0 + 0.3 \times 0.0 = 0.9 \end{aligned}$$

X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

$$P(X_1) = \langle \text{sun}: 1.0, \text{rain}: 0.0 \rangle$$

توزیع‌های ایستا

۱۱

□ در اغلب زنجیره‌ها:

- تأثیر توزیع اولیه با گذشت زمان کمتر و کمتر می‌شود.
- به گونه‌ای که توزیع نهایی مستقل از توزیع اولیه است.

□ توزیع ایستا.

- یک توزیع که سرانجام زنجیره به آن همگرا می‌شود.
- توزیع ایستا رابطه زیر را برآورده می‌سازد:

$$P_{\infty}(X) = P_{\infty+1}(X) = \sum_x P_{t|t-1}(X|x)P_{\infty}(x)$$



توزیع‌های ایستا

۱۲

□ محاسبه توزیع ایستا.

$$P_{\infty}(X) = P_{\infty+1}(X) = \sum_x P_{t|t-1}(X|x)P_{\infty}(x)$$

$$P_{\infty}(\text{sun}) = P_{t|t-1}(\text{sun}|\text{sun})P_{\infty}(\text{sun}) + P_{t|t-1}(\text{sun}|\text{rain})P_{\infty}(\text{rain})$$

$$P_{\infty}(\text{rain}) = P_{t|t-1}(\text{rain}|\text{sun})P_{\infty}(\text{sun}) + P_{t|t-1}(\text{rain}|\text{rain})P_{\infty}(\text{rain})$$

$$P_{\infty}(\text{sun}) = 0.9P_{\infty}(\text{sun}) + 0.3P_{\infty}(\text{rain})$$

$$P_{\infty}(\text{rain}) = 0.1P_{\infty}(\text{sun}) + 0.6P_{\infty}(\text{rain})$$

$$P_{\infty}(\text{sun}) = 3P_{\infty}(\text{rain})$$

$$P_{\infty}(\text{sun}) + P_{\infty}(\text{rain}) = 1.0$$



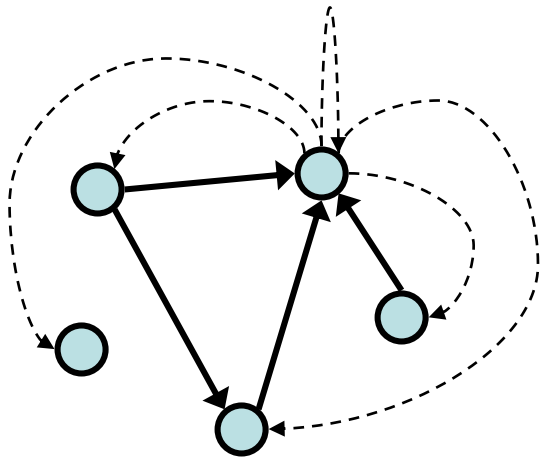
$$\left\{ \begin{array}{l} P_{\infty}(\text{sun}) = 0.75 \\ P_{\infty}(\text{rain}) = 0.25 \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} 0.9 & 0.3 \\ 0.1 & 0.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ 1-p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ 1-p \end{bmatrix}$$

بیان ماتریسی

کاربرد توزیع ایستا در تحلیل پیوند در وب

۱۳



□ رتبه‌بندی صفحات بر روی گراف وب.

□ هر صفحه وب یک حالت است.

□ توزیع اولیه: توزیع یکنواخت بر روی صفحات

□ تغییر حالت‌ها:

■ با احتمال c به صورت یکنواخت به یک صفحه‌ی تصادفی برو. [یالهای نقطه‌چین]

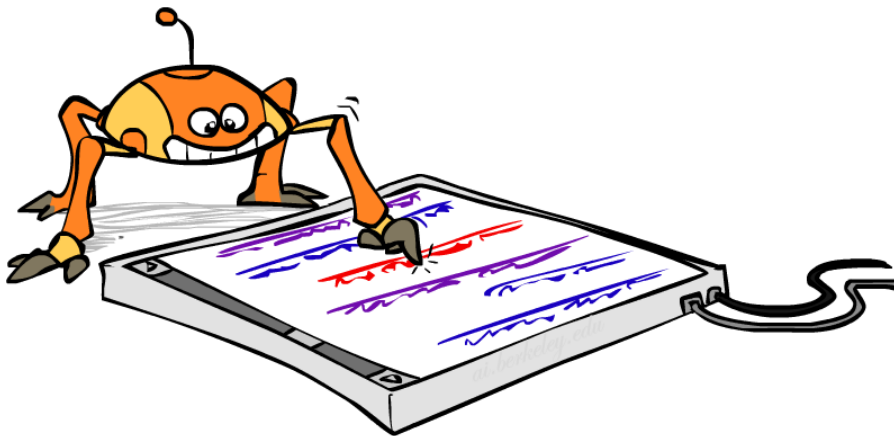
■ با احتمال $1 - c$ به صورت تصادفی یک پیوند خروجی را دنبال کن. [یالهای ضخیم]

□ توزیع ایستا.

□ صرف زمان بیشتر بر روی صفحات بسیار قابل دسترس.

□ مثلاً راه‌های بسیاری برای رفتن به صفحه دانلود آکروبات ریدر.

□ نسخه ۱ گوگل مجموعه صفحاتی را که شامل کلمات کلیدی شما بود بر حسب رتبه آنها به صورت نزولی برمی‌گرداند. اکنون همه موتورهای جستجو از تحلیل پیوند به همراه بسیاری از عوامل دیگر استفاده می‌کنند.



کاربرد توزیع ایستا در نمونه‌برداری گیبس

۱۴

□ حالت‌ها. هر مقداردهی ممکن بر روی متغیرهای مخفی و متغیر پرس و جو.

$$\{X_1, X_2, \dots, X_n\} = H \cup Q$$

□ تغییر حالت‌ها.

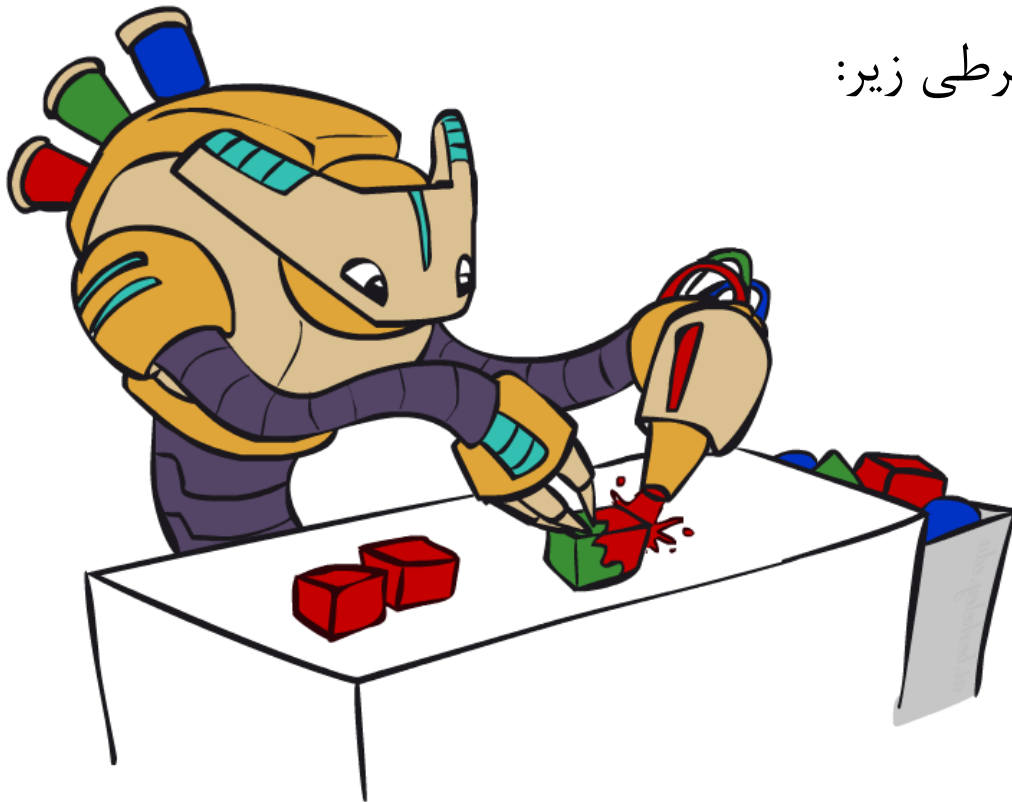
□ نمونه‌برداری مجدد از متغیر X_j با احتمال $1/n$ بر طبق توزیع شرطی زیر:

$$P(X_j | X_1, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, \dots, X_n, e_1, \dots, e_m)$$

□ توزیع ایستا.

□ برابر با توزیع شرطی $P(X_1, \dots, X_n | e_1, \dots, e_m)$

□ در نتیجه، اگر الگوریتم نمونه‌برداری گیبس را به تعداد کافی اجرا کنیم، یک نمونه از توزیع خواسته شده به دست می‌آوریم.



مدل‌های مخفی مارکوف

۱۵



مدل‌های مخفی مارکوف

۱۶

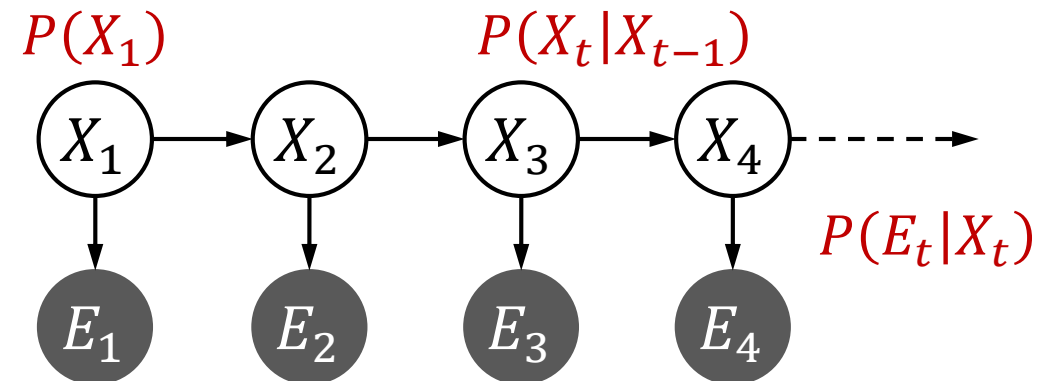
□ برای اغلب عامل‌ها زنجیره‌های مارکوف چندان مفید نیستند.

□ عامل برای این که بتواند باورهایش را به روز رسانی کند، نیاز به انجام مشاهدات دارد.

□ مدل‌های مخفی مارکوف.

□ مشاهده خروجی‌ها (تأثیرات) در هر مرحله زمانی.

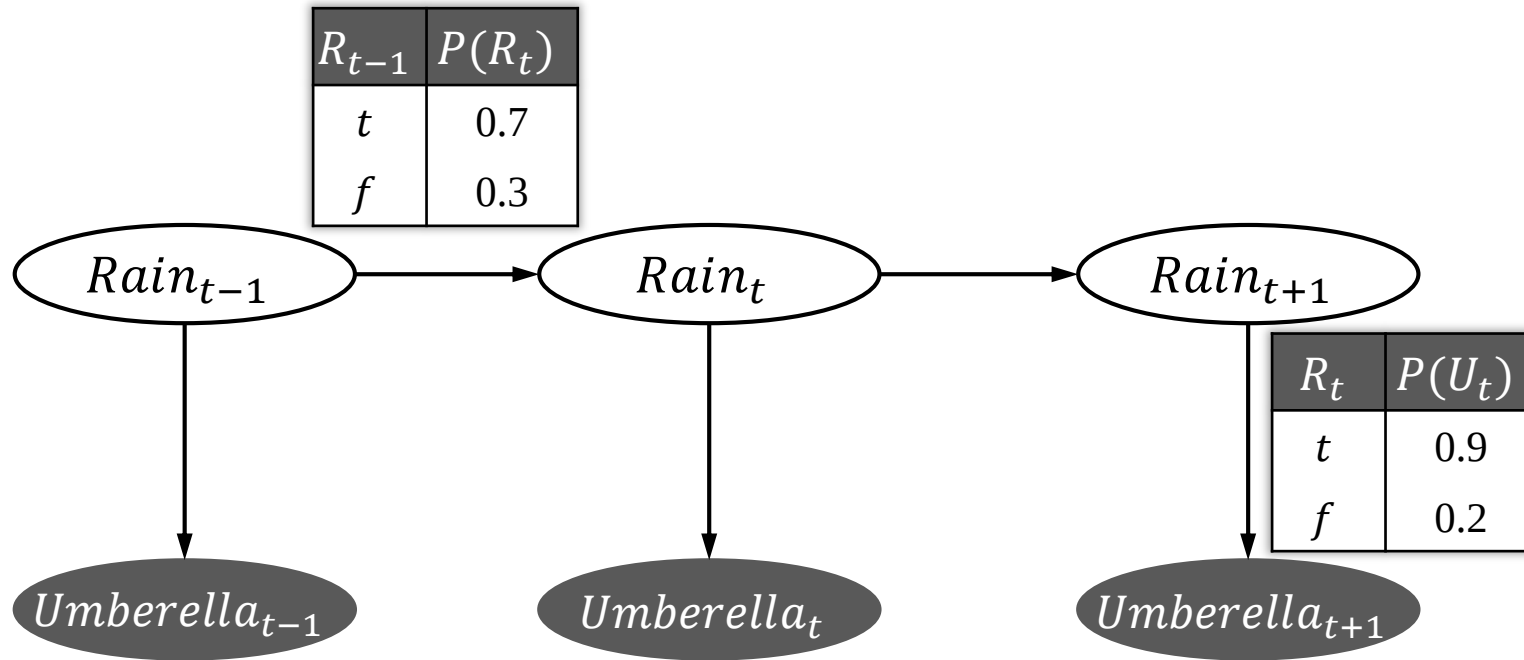
□ مدل‌های مخفی مارکوف به عنوان شبکه بیز:



مدل‌های مخفی مارکوف

۱۷

□ مثال از مدل مخفی مارکوف.



□ تعریف یک مدل مخفی مارکوف.

□ توزیع اولیه: $P(X_1)$

□ تغییر حالت‌ها: $P(X_t|X_{t-1})$

□ مشاهدات: $P(E_t|X_t)$

عامل روح یاب

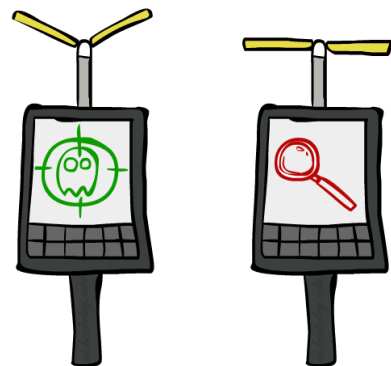
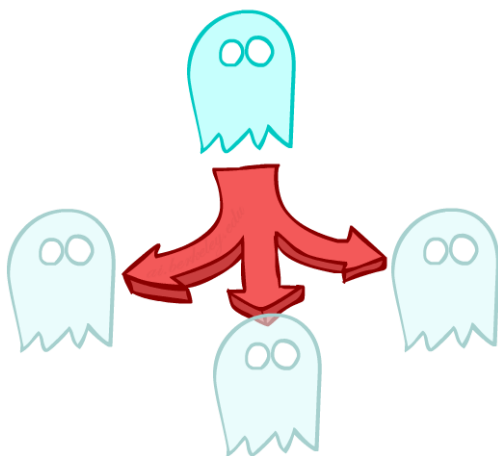
۱۸

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

$P(X_1)$

1/6	1/6	1/2
0	1/6	0
0	0	0

$P(X|X'=\langle 1,2 \rangle)$

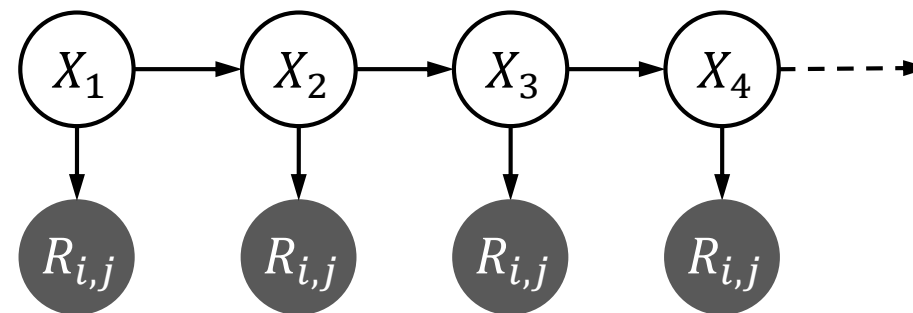


□ توزیع اولیه. $P(X_1)$ = یکنواخت

□ تغییر حالت‌ها. $P(X|X')$ معمولاً در جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کند، اما گاهی اوقات در یک جهت تصادفی حرکت می‌کند و یا در مکان فعلی خود باقی می‌ماند.

□ مشاهدات. $P(R_{ij}|X)$

□ قرمز به معنای نزدیک و سبز به معنای دور است.



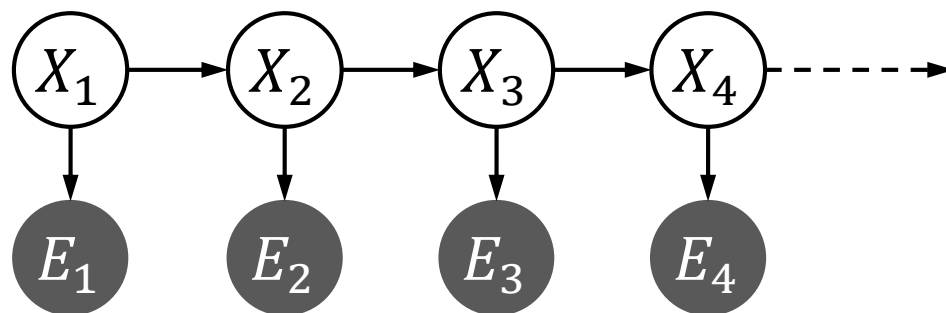
استقلال شرطی

۱۹

□ در مدل‌های مخفی مارکوف دو ویژگی استقلال مهم وجود دارد:

□ آینده از طریق حال به گذشته وابسته است.

□ با دانستن حالت فعلی، مشاهده فعلی از تمام متغیرهای دیگر مستقل است.



□ پرسش. آیا گزاره‌های فوق به این معنا هستند که شواهد ضرورتاً مستقل هستند؟

کاربردها در دنیای واقعی

۲۰

□ شناسایی گفتار.

□ مشاهدات همان سیگنال‌های صوتی ورودی هستند. [با مقادیر پیوسته]

□ حالت‌ها: هر مکان خاص در یک کلمه خاص. [ده‌ها هزار حالت]

□ ترجمه ماشینی.

□ مشاهدات همان کلمات ورودی هستند. [ده‌ها هزار مشاهده]

□ حالت‌ها گزینه‌های ممکن برای ترجمه هستند.

□ ردیابی روبات.

□ مشاهدات اطلاعات دریافتی از فاصله‌یاب‌ها هستند. [با مقادیر پیوسته]

□ حالت‌ها موقعیت‌های ممکن بر روی نقشه هستند. [با مقادیر پیوسته]

انواع استنتاج

۲۱

□ فیلتر کردن. $P(X_t | e_{1:t})$

□ حالت باور -- ورودی فرآیند تصمیم‌گیری در عامل منطقی.

□ پیش‌بینی. $P(X_{t+k} | e_{1:t})$ به ازای $k > 0$

□ ارزیابی دنباله عملیات ممکن؛ همانند فیلتر کردن ولی بدون دریافت شواهد.

□ هموارسازی. $P(X_k | e_{1:t})$ به ازای $0 \leq k < t$

□ تخمین بهتر حالت‌های گذشته.

□ محتمل‌ترین توضیح. $\arg \max_{x_{1:t}} P(x_{1:t} | e_{1:t})$

□ شناسایی گفتار، کدگذاری در یک کانال دارای نویز.

فیلتر کردن / پایش

۲۲

□ فیلتر کردن [پایش]. فرآیند ردیابی توزیع زیر در طول زمان.

$$B_t(X) = P_t(X_t | e_1, e_2, \dots, e_t)$$

□ $B_1(X)$ = باور اولیه نسبت به توزیع X ، معمولاً یکنواخت.

□ با گذشت زمان و دریافت مشاهدات جدید، باور $B(X)$ را به روز رسانی می‌کنیم.

□ فیلتر کالمن. [متغیرهای پیوسته، دینامیک خطی، نویز گاوسی] در دهه ۶۰ ابداع شد و اولین بار به عنوان روشی به منظور تخمین مسیر حرکت برای سفینه آپولو پیاده‌سازی شد.

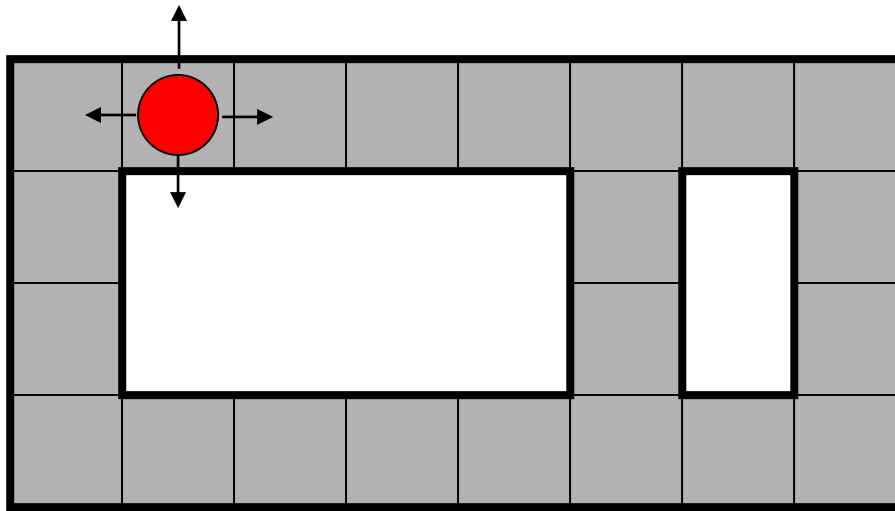
□ **حالت‌ها.** مکان‌های ممکن برای سفینه

□ **مشاهدات.** تصاویر دریافتی از سفینه

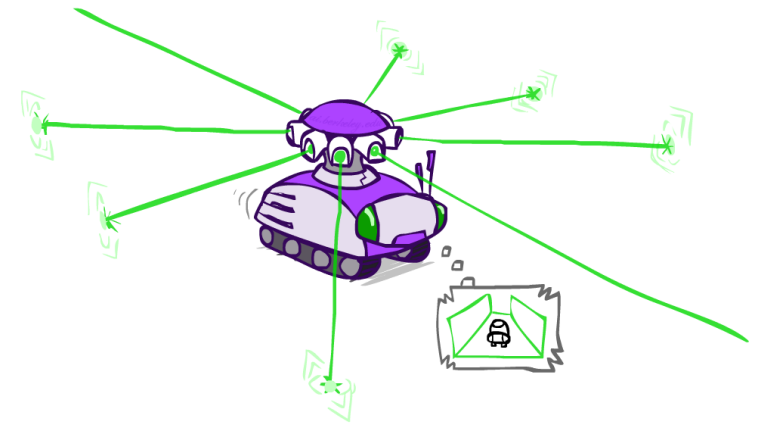
مثال: موقعیت‌یابی روبات

۲۳

$t = 0$



Prob



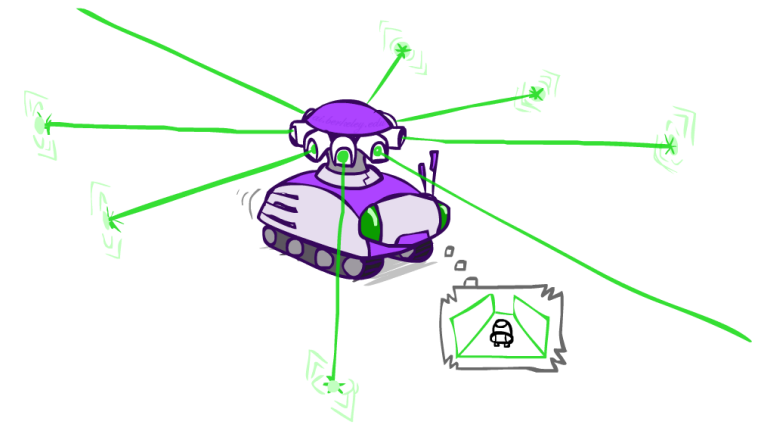
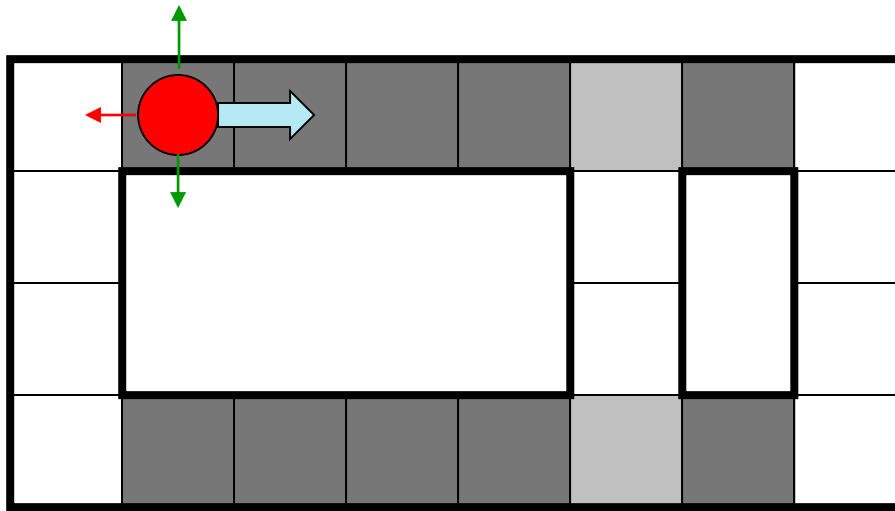
□ مدل حسگر. در کدام جهت‌ها دیوار وجود دارد. [حداکثر ۱ خطا]

□ مدل حرکت. هر عمل ممکن است با احتمال کمی با شکست مواجه شود.

مثال: موقعیت‌یابی روبات

۲۴

$t = 1$

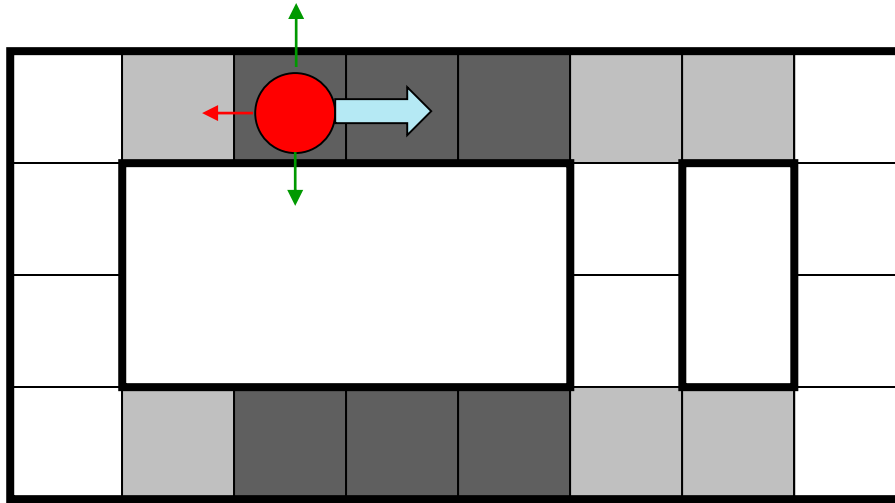


□ خاکستری روشن‌تر. به این دلیل که حداکثر امکان ۱ اشتباه وجود دارد، خانه‌های با رنگ خاکستری روشن نیز احتمال دارند، اما احتمال آنها کمتر است.

مثال: موقعیتیابی روبات

۲۵

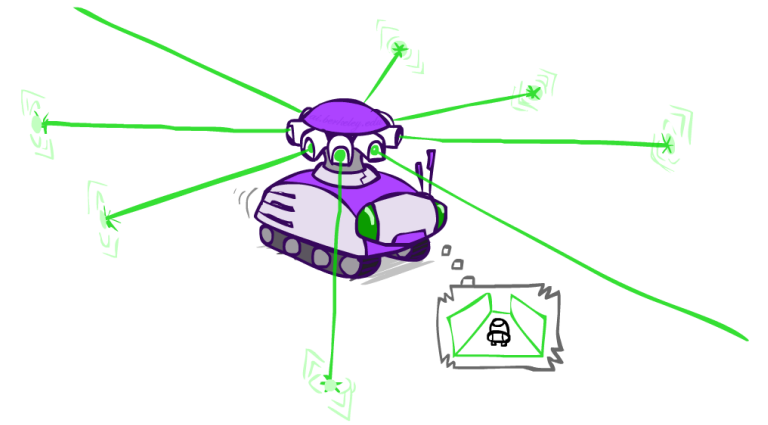
$t = 2$



Prob

0

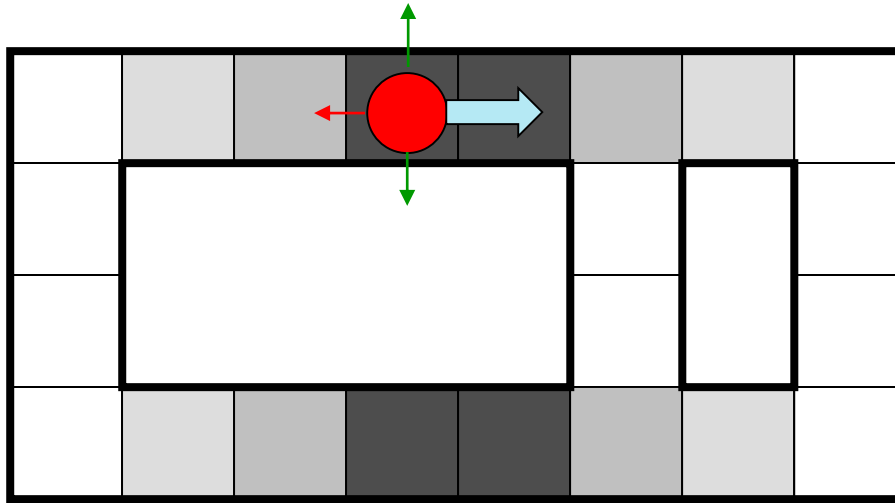
1



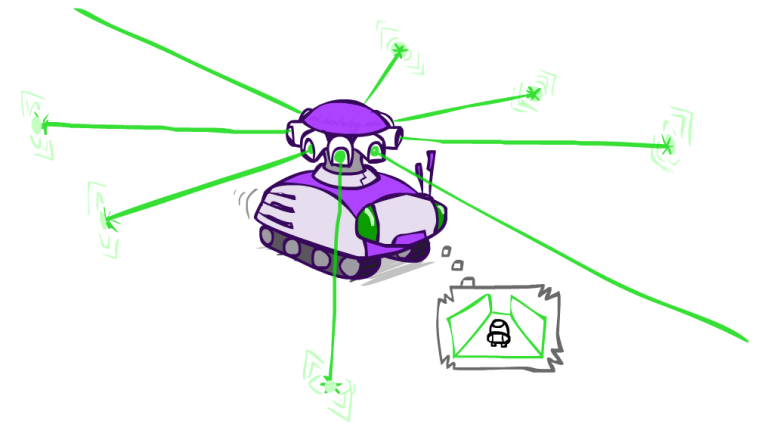
مثال: موقعیتیابی روبات

۲۶

$t = 3$



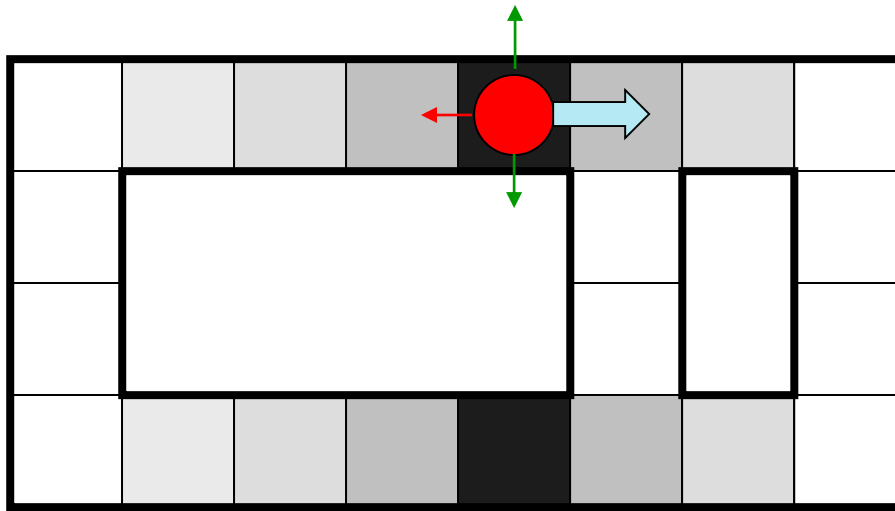
Prob



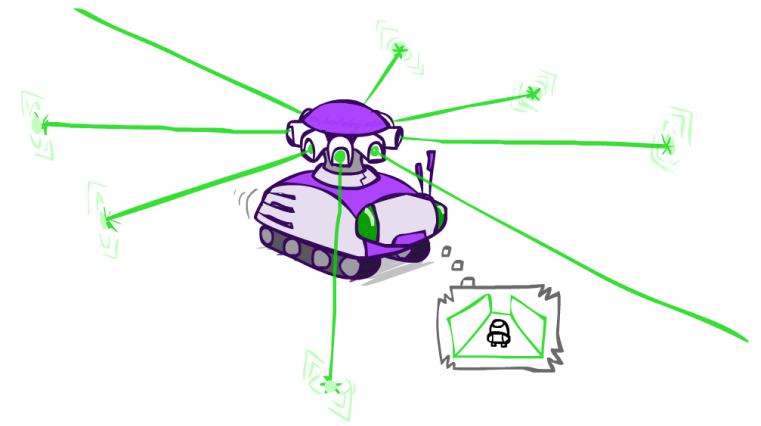
مثال: موقعیتیابی روبات

۲۷

$t = 4$



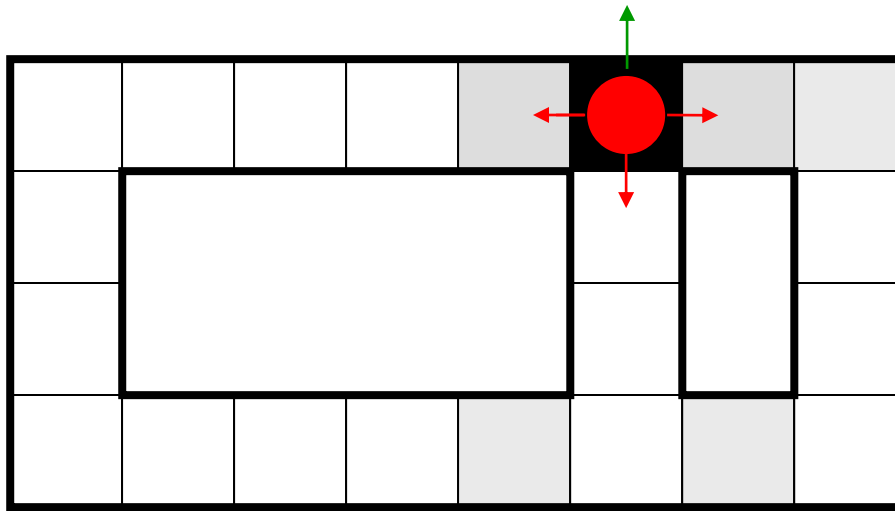
Prob



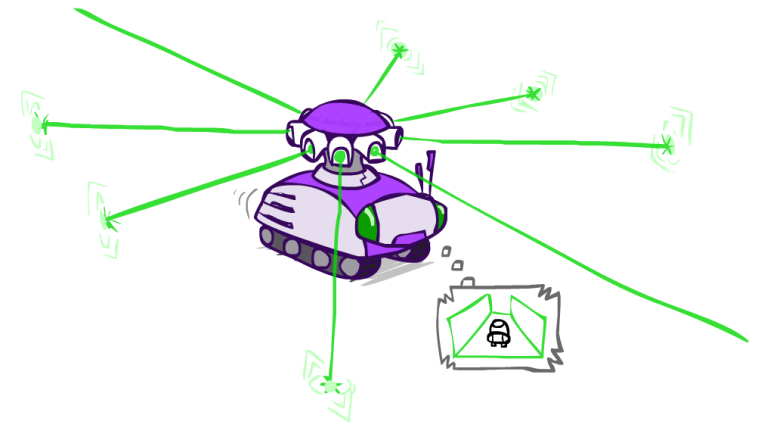
مثال: موقعیتیابی روبات

۲۸

$t = 5$



Prob



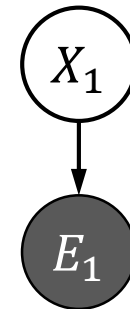
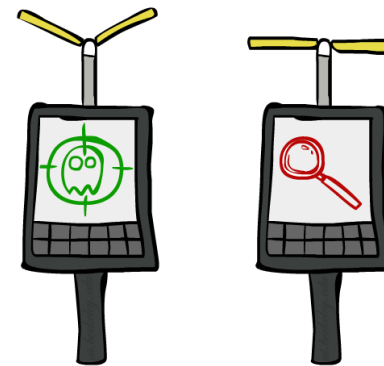
استنتاج: حالت‌های پایه

۲۹

□ مشاهده.

□ ورودی: $P(X_1)$ و $P(e_1|X_1)$

□ پرس و جو: $P(x_1|e_1) \forall x_1$



$P(X_1|e_1)$

$$P(x_1|e_1) = P(x_1, e_1)/P(e_1)$$

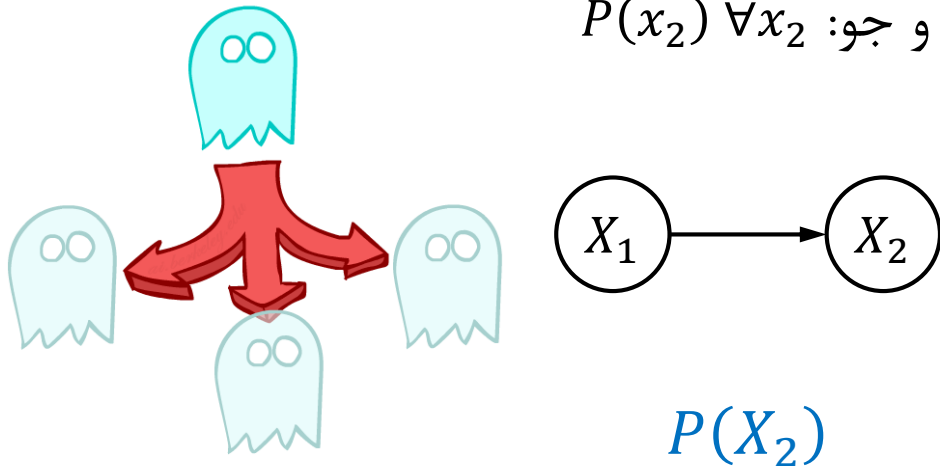
$$\propto_{X_1} P(x_1, e_1)$$

$$= P(x_1)P(e_1|x_1)$$

□ گذر زمان.

□ ورودی: $P(X_1)$ و $P(X_2|X_1)$

□ پرس و جو: $P(x_2) \forall x_2$



$P(X_2)$

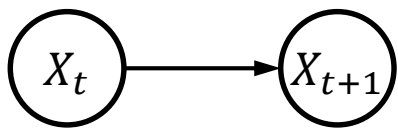
$$P(x_2) = \sum_{x_1} P(x_1, x_2)$$

$$= \sum_{x_1} P(x_1)P(x_2|x_1)$$

گذر زمان

۳۰

$$P(X_t|e_{1:t})$$



$$P(X_{t+1}|X_t)$$

□ فرض کنید باور فعلی $P(X_t|e_{1:t})$ را در اختیار داریم.

$B(X_t)$

□ در این صورت، پس از گذشتن یک مرحله زمانی:

$$P(X_{t+1}|e_{1:t}) = \sum_{x_t} \underbrace{P(X_{t+1}|x_t)P(x_t|e_{1:t})}_{P(X_{t+1}, x_t|e_{1:t})}$$

$$B'(X_{t+1}) = \sum_{x_t} P(X'|x)B(x_t)$$

□ یا به صورت فشرده‌تر:

گذر زمان: مثال

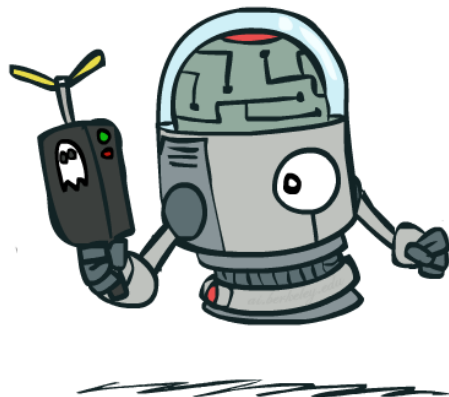
۳۱

مدل حرکت: در جهت عقربه‌های ساعت

□ با گذشت زمان، عدم قطعیت «انباشت» می‌گردد.

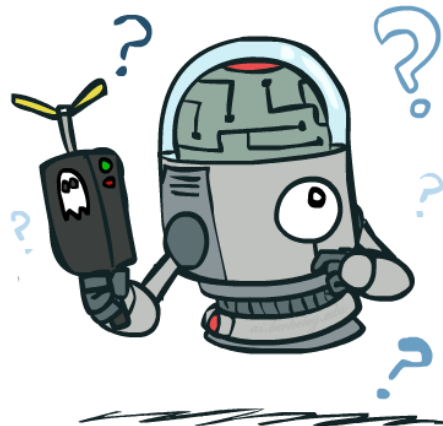
<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	1.00	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01

$T = 1$



<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	0.06	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	0.76	0.06	0.06	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	0.06	<0.01	<0.01	<0.01

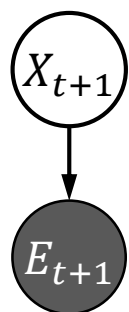
$T = 2$



0.05	0.01	0.05	<0.01	<0.01	<0.01
0.02	0.14	0.11	0.35	<0.01	<0.01
0.07	0.03	0.05	<0.01	0.03	<0.01
0.03	0.03	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01

$T = 5$





□ فرض کنید باور فعلی $P(X_{t+1}|e_{1:t})$ را در اختیار داریم.

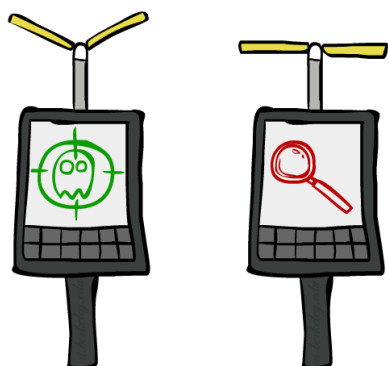
$$B'(X_{t+1}) = P(X_{t+1}|e_{1:t})$$

$$P(X_{t+1}|e_{1:t+1})$$

□ در این صورت، پس از انجام مشاهده:

$$P(X_{t+1}|e_{1:t+1}) \propto \underbrace{P(e_{t+1}|X_{t+1})P(X_{t+1}|e_{1:t})}_{P(X_{t+1}, e_{t+1}|e_{1:t})}$$

□ یا به صورت فشرده‌تر: [به روز رسانی باور با توجه به مشاهدات]



$$B(X_{t+1}) \propto P(e_{t+1}|X_{t+1})B'(X_{t+1})$$

باور پس از مشاهده

باور پیش از مشاهده

مشاهده: مثال

□ با انجام مشاهدات جدید، باورها دوباره وزن دهی شده و عدم قطعیت «کاهش» می یابد.

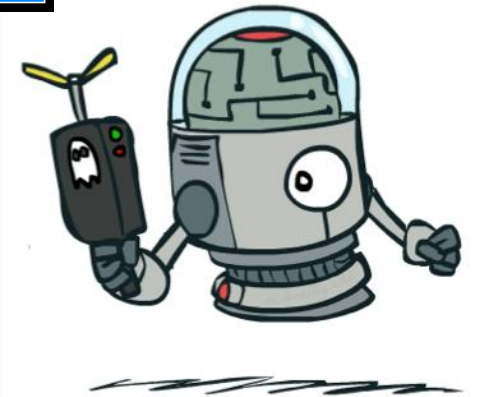
0.05	0.01	0.05	<0.01	<0.01	<0.01
0.02	0.14	0.11	0.35	<0.01	<0.01
0.07	0.03	0.05	<0.01	0.03	<0.01
0.03	0.03	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01

باور پیش از مشاهده

<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	0.02	<0.01
<0.01	<0.01	<0.01	0.83	0.02	<0.01
<0.01	<0.01	0.11	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01

باور پس از مشاهده

$$B(X) \propto P(e|X)B'(X)$$

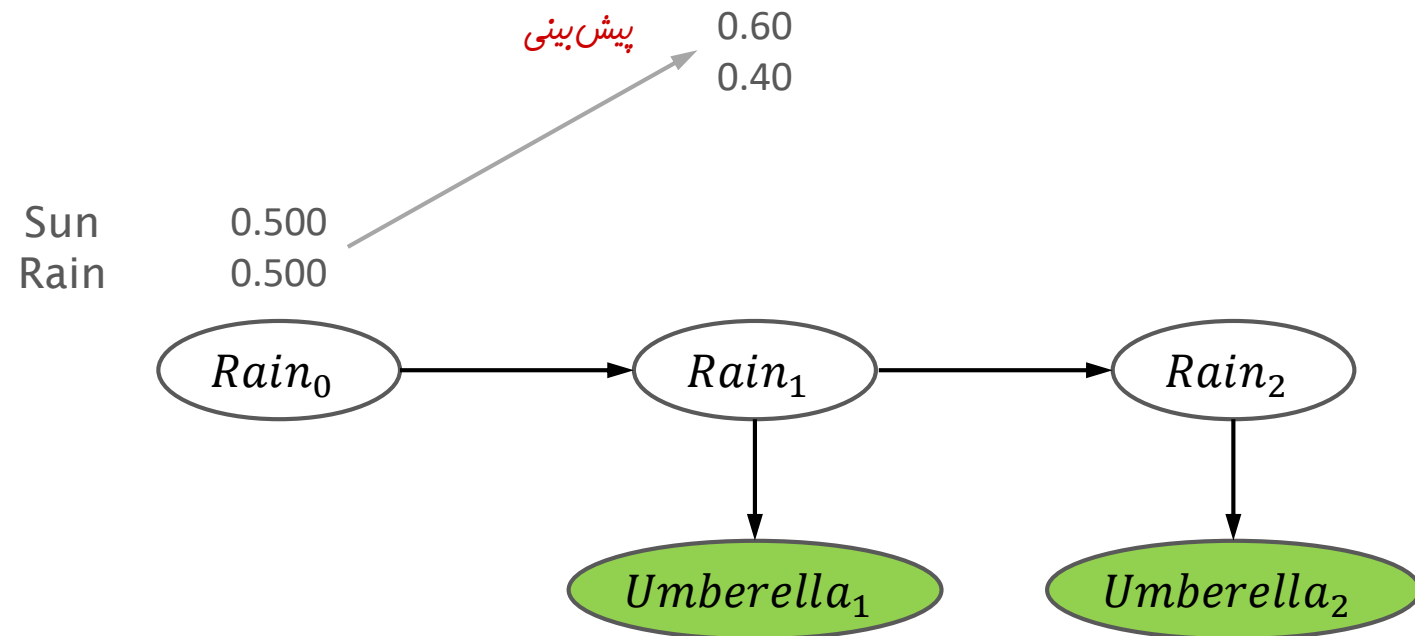


یک مثال دیگر: پیش‌بینی

۳۴

X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

X_t	U_t	$P(U_t X_t)$
sun	$+u$	0.2
sun	$-u$	0.8
rain	$+u$	0.9
rain	$-u$	0.1



$$P_1(sun) = P(sun | sun)P_0(sun) + P(sun | rain)P_0(rain)$$

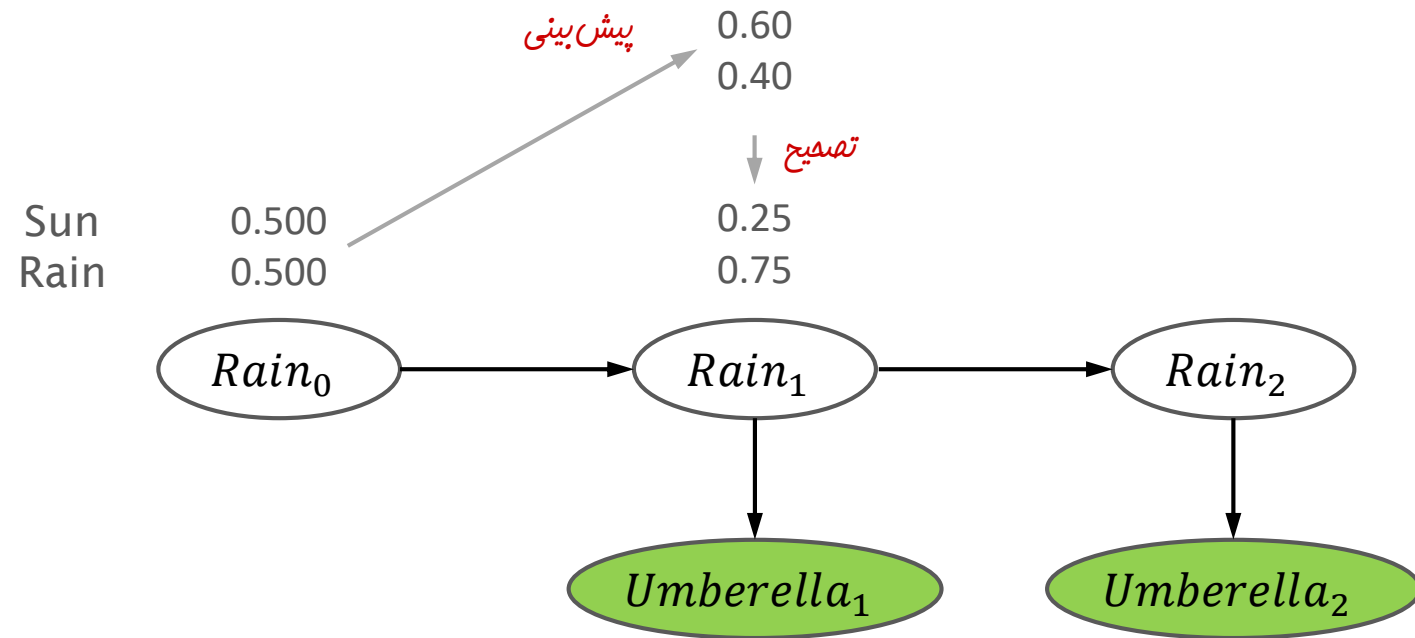
$$0.9 \times 0.5 + 0.3 \times 0.5 = 0.6$$

یک مثال دیگر: مشاهده

۳۵

X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

X_t	U_t	$P(U_t X_t)$
sun	$+u$	0.2
sun	$-u$	0.8
rain	$+u$	0.9
rain	$-u$	0.1



$$P_1(s|+u) \propto P_1(+u|s)P_1(s) = 0.2 \times 0.6 = 0.12$$

$$P_1(r|+u) \propto P_1(+u|r)P_1(r) = 0.9 \times 0.4 = 0.36$$

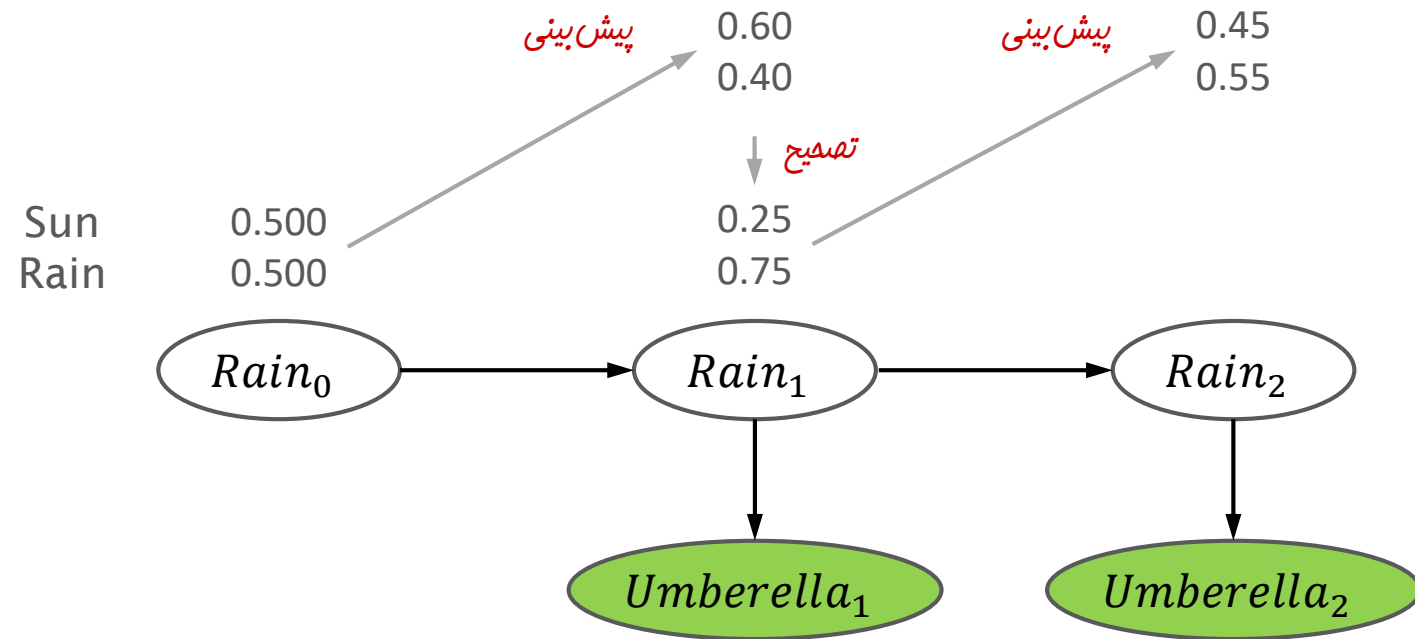
نرمال سازی

یک مثال دیگر: پیش‌بینی

۳۶

X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

X_t	U_t	$P(U_t X_t)$
sun	$+u$	0.2
sun	$-u$	0.8
rain	$+u$	0.9
rain	$-u$	0.1



$$P_2(s|+u_1) = P(s|s)P_1(s|+u_1) + P(s|r)P_1(r|+u_1)$$

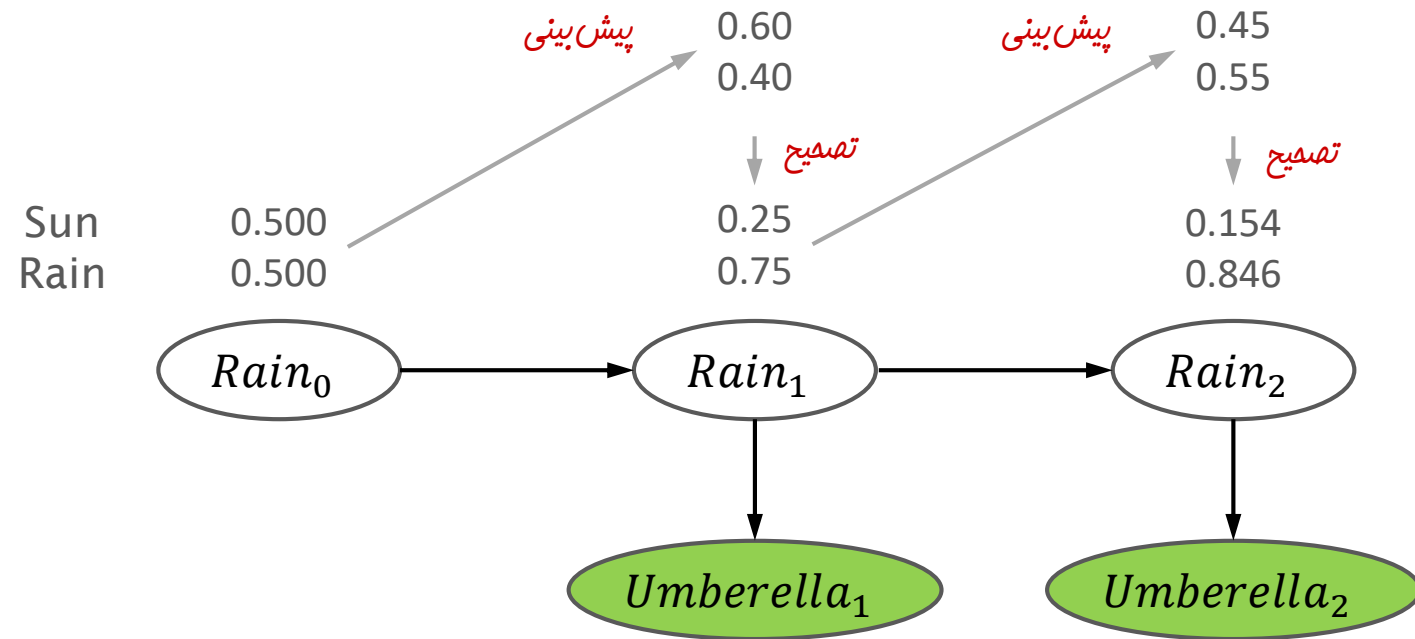
$$0.9 \times 0.25 + 0.3 \times 0.75 = 0.45$$

یک مثال دیگر: مشاهده

۳۷

X_{t-1}	X_t	$P(X_t X_{t-1})$
sun	sun	0.9
sun	rain	0.1
rain	sun	0.3
rain	rain	0.7

X_t	U_t	$P(U_t X_t)$
sun	$+u$	0.2
sun	$-u$	0.8
rain	$+u$	0.9
rain	$-u$	0.1



$$P_2(s|+u_1, +u_2) \propto P_2(+u_2|s)P_2(s|+u_1) = 0.2 \times 0.45 = 0.090$$

$$P_2(r|+u_1, +u_2) \propto P_2(+u_2|r)P_2(r|+u_1) = 0.9 \times 0.55 = 0.495$$

اجرای نمایشی: شکار ارواح به وسیله حسگر صوتی

۳۸



الگوریتم رو به جلو

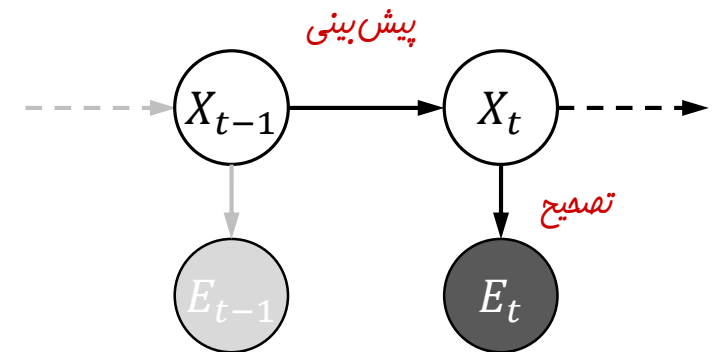
۳۹

□ هدف. محاسبه باور با توجه به شواهد در هر مرحله زمانی.

$$B_t(X) = P(X_t | e_{1:t})$$

$$\begin{aligned} P(x_t | e_{1:t}) &\propto_X P(x_t, e_{1:t}) \\ &= \sum_{x_{t-1}} P(x_{t-1}, x_t, e_{1:t}) \nearrow P(x_{t-1}, e_{1:t-1}, x_t, e_t) \\ &= \sum_{x_{t-1}} P(x_{t-1}, e_{1:t-1}) P(x_t | x_{t-1}) P(e_t | x_t) \\ &= P(e_t | x_t) \sum_{x_{t-1}} P(x_{t-1}, e_{1:t-1}) P(x_t | x_{t-1}) \end{aligned}$$

□ به روز رسانی.

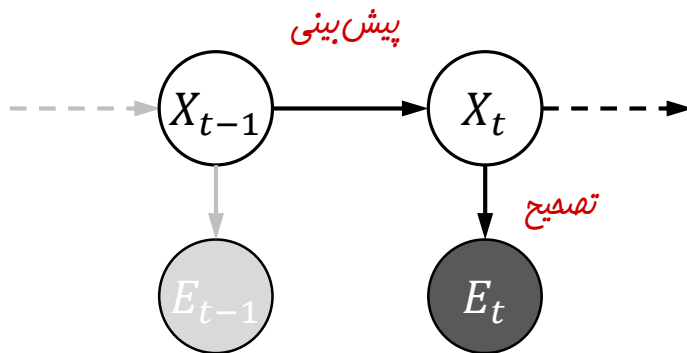


□ الگوریتم رو به جلو. دقیقاً برابر الگوریتم حذف متغیر به ترتیب X_1 ، X_2 و ...

به روز رسانی آنلاین باور

۴۰

- در هر مرحله زمانی با $P(X|evidence)$ شروع می کنیم.
- پیش بینی. ابتدا به روز رسانی را برای زمان انجام می دهیم.



$$P(x_t|e_{1:t-1}) = \sum_{x_{t-1}} P(x_t|x_{t-1})P(x_{t-1}|e_{1:t-1})$$

- تصحیح. سپس باور را با توجه به شواهد جدید به روز رسانی می کنیم.

$$P(x_t|e_{1:t}) \propto_X P(X_t|e_{1:t-1}) \cdot P(e_t|x_t)$$

- الگوریتم رو به جلو. هر دو مرحله را با هم انجام می دهد.
 - مشکل. پیچیدگی حافظه برابر با $|X|$ و پیچیدگی زمان برابر با $|X|^2$.
- در هر مرحله زمانی