

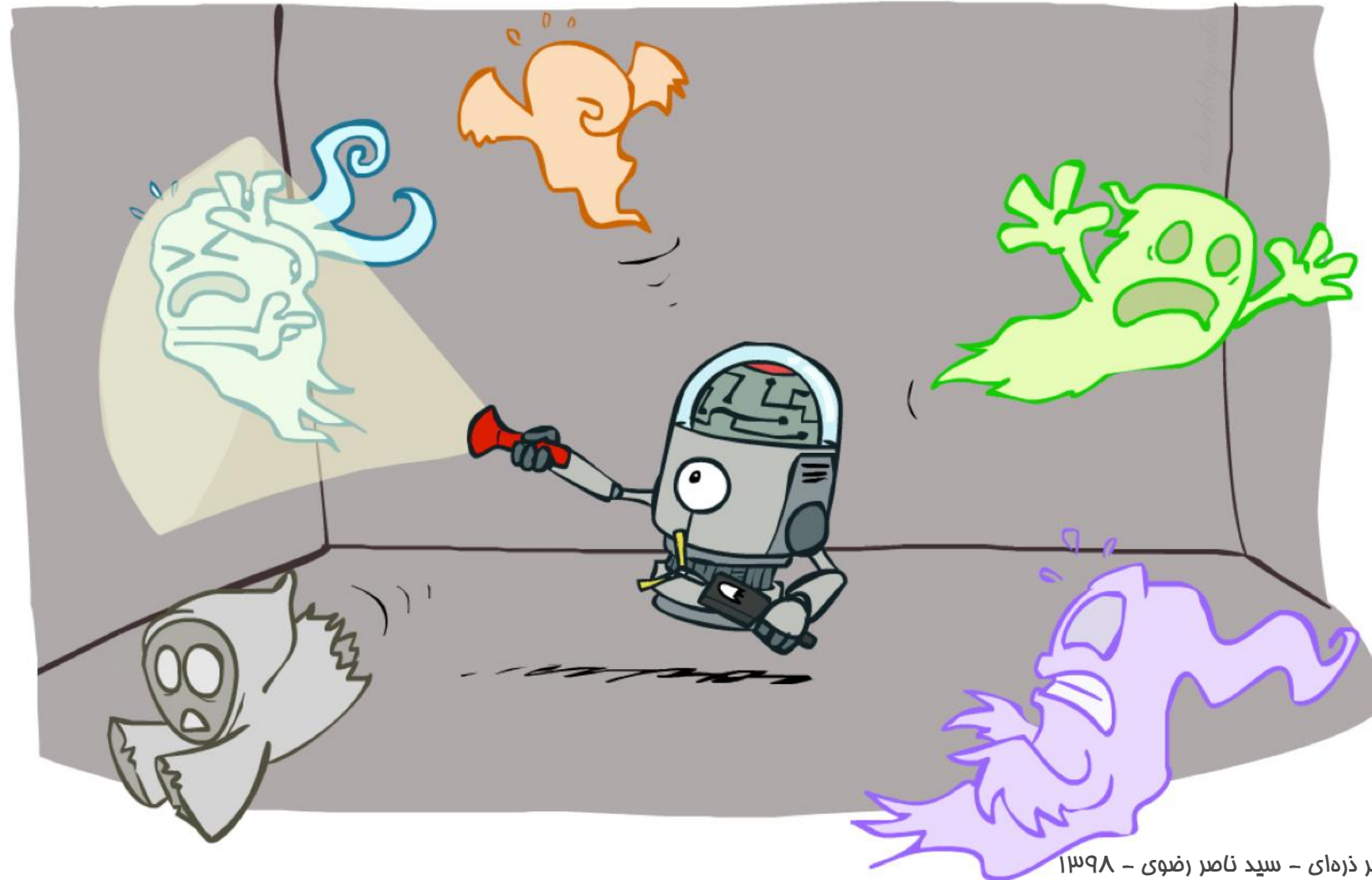
مدل‌های مخفی مارکوف II فیلتر ذره‌ای، شبکه‌های بیز پویا

سید ناصر رضوی www.snrazavi.ir

۱۳۹۸

مدل‌های مخفی مارکوف پیشرفته

۲



□ فیلتر ذره‌ای.

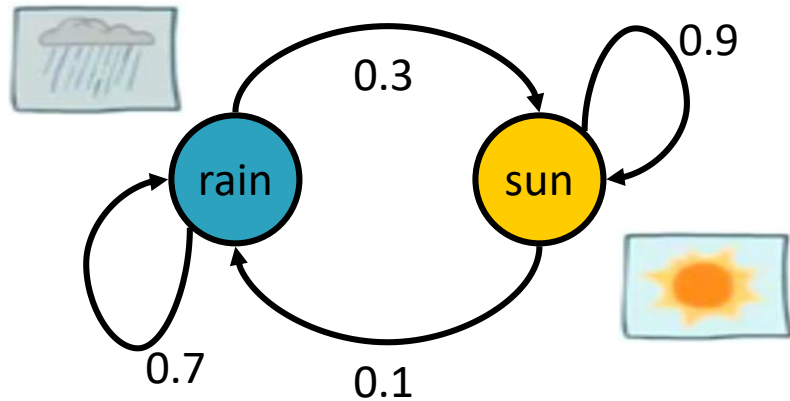
□ استنتاج مبتنی بر نمونه‌برداری در مدل‌های مخفی مارکوف

□ شبکه‌های بیز پویا.

□ الگوریتم ویتربی.

استدلال در طول زمان (یادآوری)

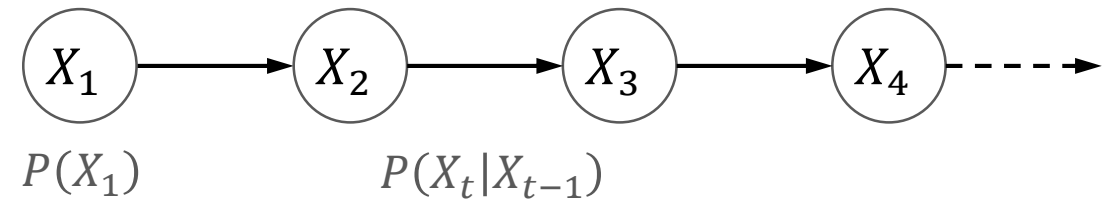
۴



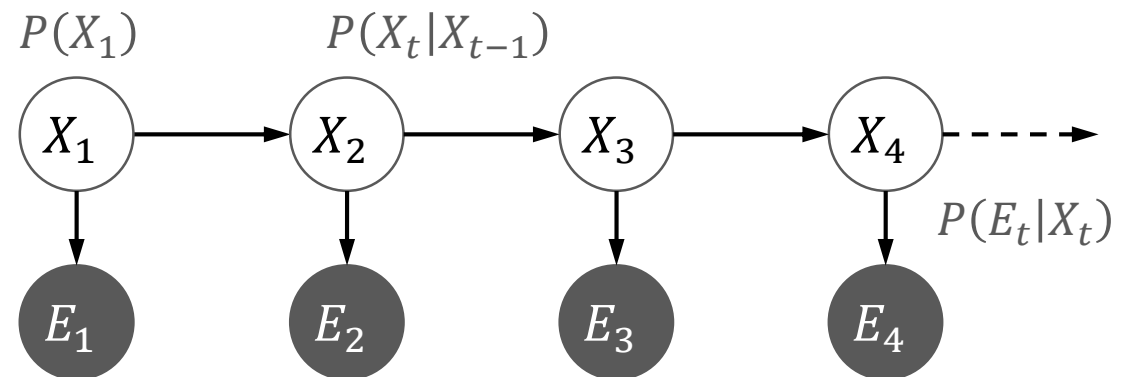
X_t	U_t	$P(U_t X_t)$
sun	$+u$	0.2
sun	$-u$	0.8
rain	$+u$	0.9
rain	$-u$	0.1

$P(E_t|X_t)$

□ مدل‌های مارکوف.



□ مدل‌های مخفی مارکوف.



پرسش کلاسی

۵

□ توزیع اولیه $P(X_1)$

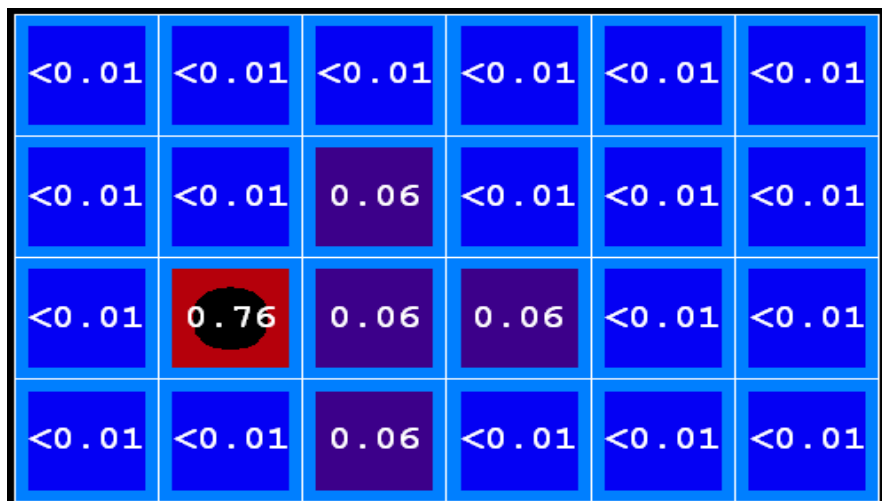
<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	0.06	<0.01	<0.01	<0.01
<0.01	0.76	0.06	0.06	<0.01	<0.01
<0.01	<0.01	0.06	<0.01	<0.01	<0.01

□ پرسش ۱. اگر روح به صورت تصادفی حرکت کند، با گذشت زمان چه اتفاقی می افتد؟

□ پرسش ۲. اگر روح به سمت (۳, ۳) حرکت کند، با گذشت زمان چه اتفاقی می افتد؟

فیلتر کردن (یادآوری)

۶

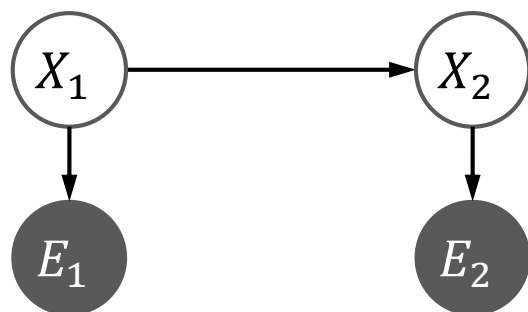


□ گذر زمان. محاسبه $P(x_t|e_{1:t-1})$

$$P(x_t|e_{1:t-1}) = \sum_{x_{t-1}} P(x_{t-1}|e_{1:t-1}) \cdot P(x_t|x_{t-1})$$

□ مشاهده. محاسبه $P(x_t|e_{1:t})$

$$P(x_t|e_{1:t}) \propto_X P(X_t|e_{1:t-1}) \cdot P(e_t|x_t)$$



$P(X_1)$

$\langle 0.50, 0.50 \rangle$

توزیع اولیه

$P(X_1|E_1 = umbrella)$

$\langle 0.82, 0.18 \rangle$

مشاهده

$P(X_2|E_1 = umbrella)$

$\langle 0.63, 0.36 \rangle$

گذر زمان

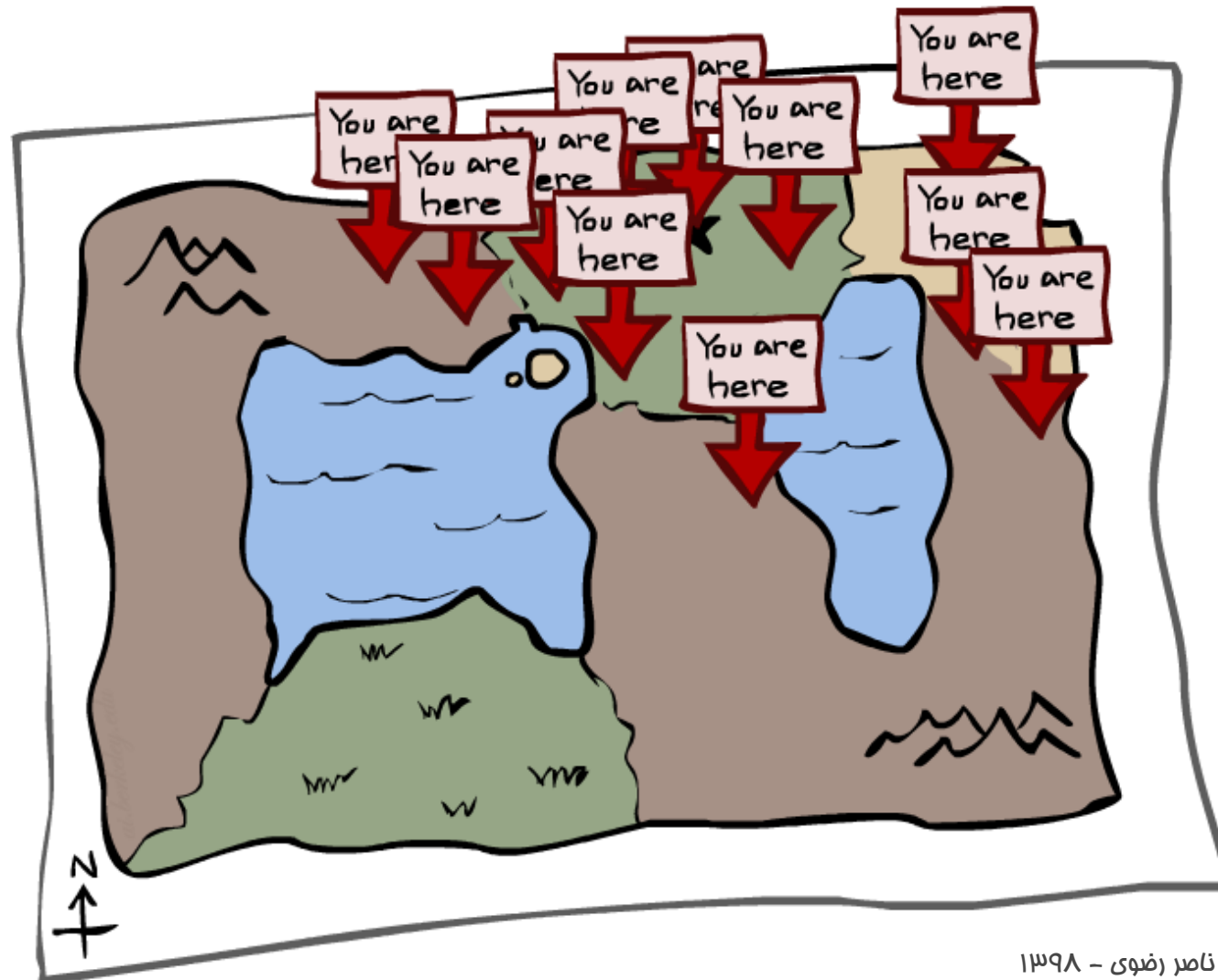
$P(X_2|E_1 = umb, E_2 = umb)$

$\langle 0.88, 0.12 \rangle$

مشاهده

فیلتر ذره‌ای

۷



فیلتر ذره‌ای

۸

0.0	0.1	0.0
0.0	0.0	0.2
0.0	0.2	0.5



	●	
		● ●
	● ●	● ● ● ●

ذرات

(2, 1)
(2, 1)
(3, 1)
(3, 1)
(3, 1)
(3, 1)
(3, 1)
(3, 1)
(3, 2)
(3, 2)
(2, 3)

❑ مشکل. گاهی اوقات $|X|$ برای استفاده از روش‌های دقیق استنتاج بیش از حد بزرگ است.

❑ حتی آن قدر بزرگ که نمی‌توان $B(X)$ را ذخیره نمود.

❑ مانند زمانی که X یک مجموعه پیوسته است.

❑ راه‌حل. استنتاج تقریبی!

❑ ردیابی نمونه‌هایی از X ، و نه همه مقادیر.

❑ این نمونه‌ها **ذره** نام دارند.

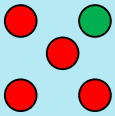
❑ زمان در هر مرحله بر حسب تعداد نمونه‌ها خطی است.

❑ اما تعداد نمونه‌ها باید زیاد باشد.

❑ یک روش متداول برای موقعیت‌یابی ربات‌ها.

بازنمایی: لیست ذرات

۹

ذرات:

(3, 3)

(2, 3)

(3, 3)

(3, 2)

(3, 3)

(3, 2)

(1, 2)

(3, 3)

(3, 3)

(2, 3)

□ بازنمایی $P(X)$.

□ به صورت لیستی از ذرات (نمونه‌ها).

□ در حالت کلی $|X| \ll N$.

□ تخمین $P(x)$.

□ تعداد ذراتی که دارای مقدار X هستند.

□ بنابراین، برای بسیاری از X ها داریم $P(x) = 0$!

□ ذرات بیشتر به معنای دقت بالاتر است.

□ فعلاً همه ذرات دارای وزنی برابر با ۱ هستند.

فیلتر کردن ذره‌ای: گذر زمان

۱۰

□ حرکت ذرات.

□ مکان بعدی هر ذره از روی مدل تغییر حالت نمونه‌برداری می‌شود.

$$x_{t+1} = \text{sample}(P(X_{t+1}|x_t))$$

□ مانند نمونه‌برداری پیشین که در آن فراوانی نمونه‌ها بیانگر احتمال تغییر حالت بود.

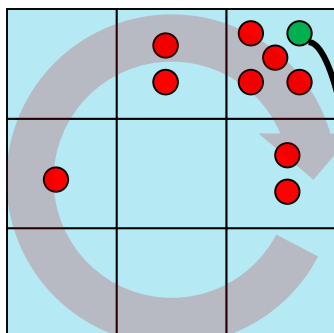
□ در این مثال، بسیاری از نمونه‌ها در جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کنند، اما برخی به صورت تصادفی حرکت می‌کنند و یا در مکان فعلی خود باقی می‌مانند.

□ حرکت ذرات معادل مرحله گذر زمان است.

□ اگر به تعداد کافی ذره وجود داشته باشد، احتمال‌ها قبل و بعد از این مرحله به مقادیر واقعی نزدیک هستند. [سازگاری]

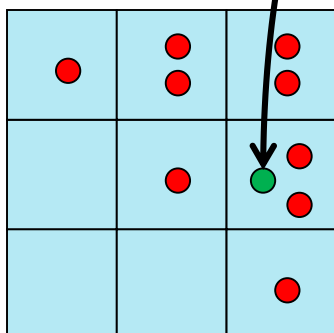
ذرات:

(3, 3)
(2, 3)
(3, 3)
(3, 2)
(3, 3)
(3, 2)
(1, 2)
(3, 3)
(3, 3)
(2, 3)



ذرات:

(3, 2)
(2, 3)
(3, 2)
(3, 1)
(3, 3)
(3, 2)
(1, 3)
(2, 3)
(3, 2)
(2, 2)

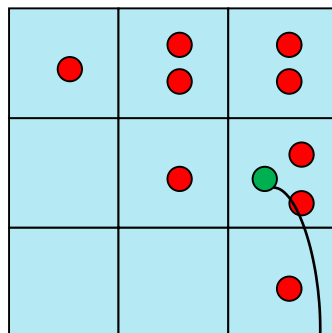


فیلتر کردن ذره‌ای: مشاهده

۱۱

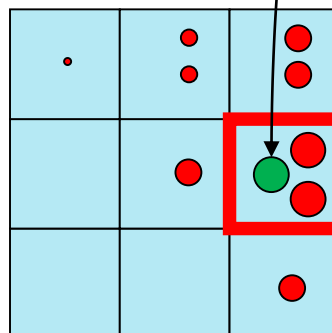
ذرات:

(3, 2)
(2, 3)
(3, 2)
(3, 1)
(3, 3)
(3, 2)
(1, 3)
(2, 3)
(3, 2)
(2, 2)



ذرات:

(3, 2) w=.9
(2, 3) w=.2
(3, 2) w=.9
(3, 1) w=.4
(3, 3) w=.4
(3, 2) w=.9
(1, 3) w=.1
(2, 3) w=.2
(3, 2) w=.9
(2, 2) w=.4



مسگر در این خانه رنگ قرمز
برگردانده است

□ مشاهده. اندکی پیچیده‌تر

□ وزن دهی دوباره نمونه‌ها با توجه به شواهد

□ مانند روش وزن دهی

$$w(x) = P(e|x)$$

$$B(X) \propto P(e|x)B'(X)$$

□ همانند قبل، مجموع احتمال نمونه‌ها برابر با ۱ نیست. زیرا وزن بسیاری از نمونه‌ها کاهش یافته است. در حقیقت، مجموع احتمال نمونه‌ها تخمینی از $P(e)$ است.

فیلتر کردن ذره‌ای: نمونه‌برداری مجدد

۱۲

□ نمونه‌برداری مجدد.

□ به جای ردیابی نمونه‌های وزن‌دار، دوباره نمونه‌برداری می‌کنیم.

□ از توزیع وزن‌دار نمونه‌ها N مرتبه انتخاب انجام می‌دهیم. [انتخاب با جایگذاری]

□ این کار معادل نرمال‌سازی دوباره توزیع فعلی است.

□ در اینجا فرآیند به روز رسانی برای این مرحله به پایان می‌رسد. همین فرآیند را دوباره برای مراحل بعدی تکرار می‌کنیم.

ذرات:

(3, 2) $w=.9$

(2, 3) $w=.2$

(3, 2) $w=.9$

(3, 1) $w=.4$

(3, 3) $w=.4$

(3, 2) $w=.9$

(1, 3) $w=.1$

(2, 3) $w=.2$

(3, 2) $w=.9$

(2, 2) $w=.4$

ذرات:

(3, 2)

(2, 2)

(3, 2)

(2, 3)

(3, 3)

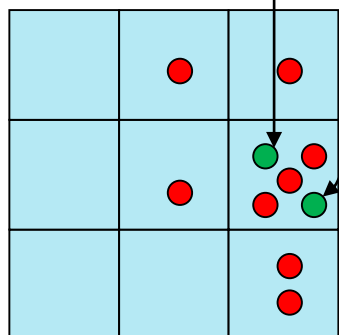
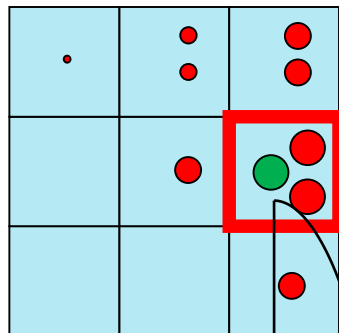
(3, 2)

(1, 3)

(2, 3)

(3, 2)

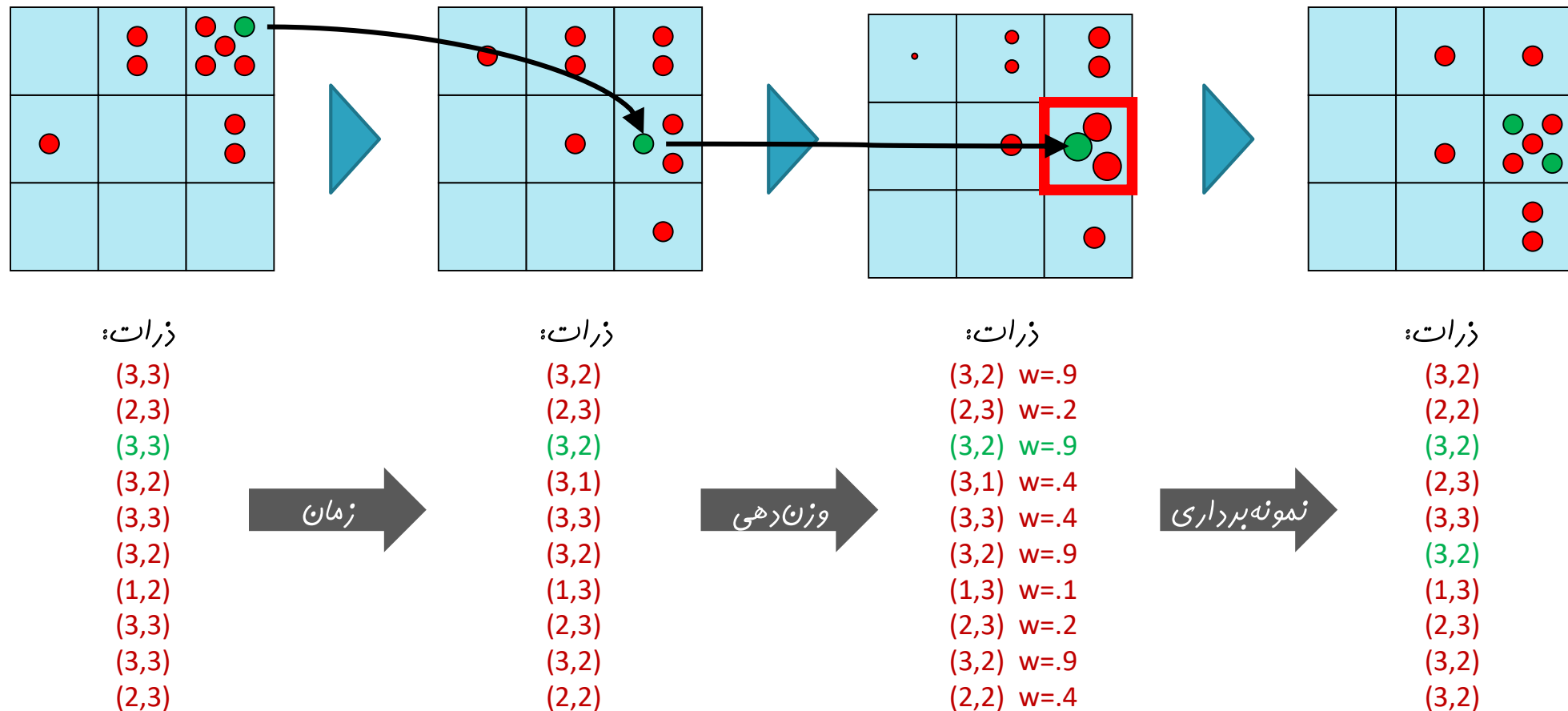
(3, 2)



فیلتر کردن ذره‌ای

۱۳

□ فیلتر ذره‌ای. ردیابی نمونه‌هایی از حالت‌ها به جای بازنمایی صریح توزیع.

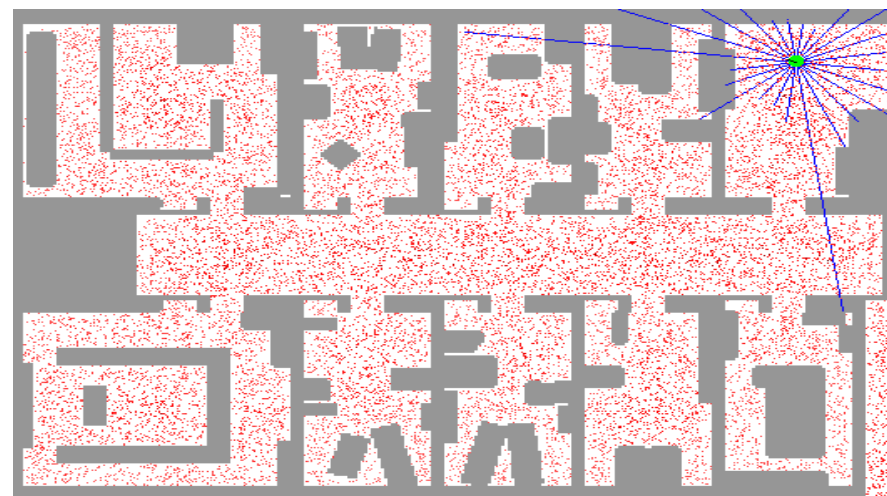
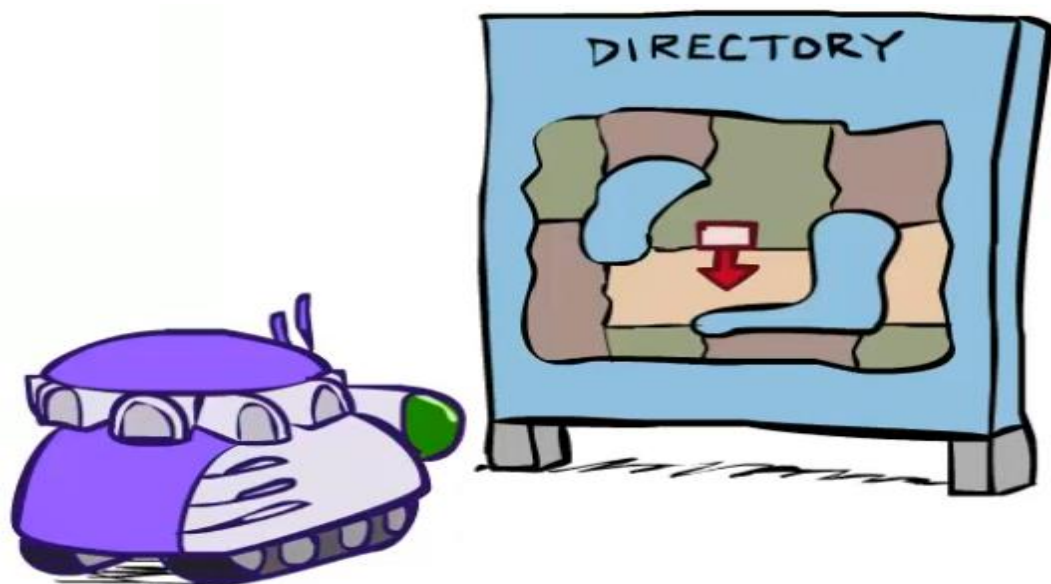


موقعیت‌یابی روبات

۱۴

□ در موقعیت‌یابی روبات.

- نقشه را می‌دانیم، اما موقعیت روبات را در نقشه نمی‌دانیم.
- مشاهدات برداری از مقادیر خوانده شده به وسیله فاصله‌یاب‌ها هستند.
- فضای حالت و مشاهدات معمولاً پیوسته هستند.
- در نتیجه ذخیره کل باور در حافظه ممکن نیست.
- در این مسئله فیلتر ذره‌ای روش اصلی است.



فیلتر ذره‌ای: اجرای نمایشی (۱)

۱۵

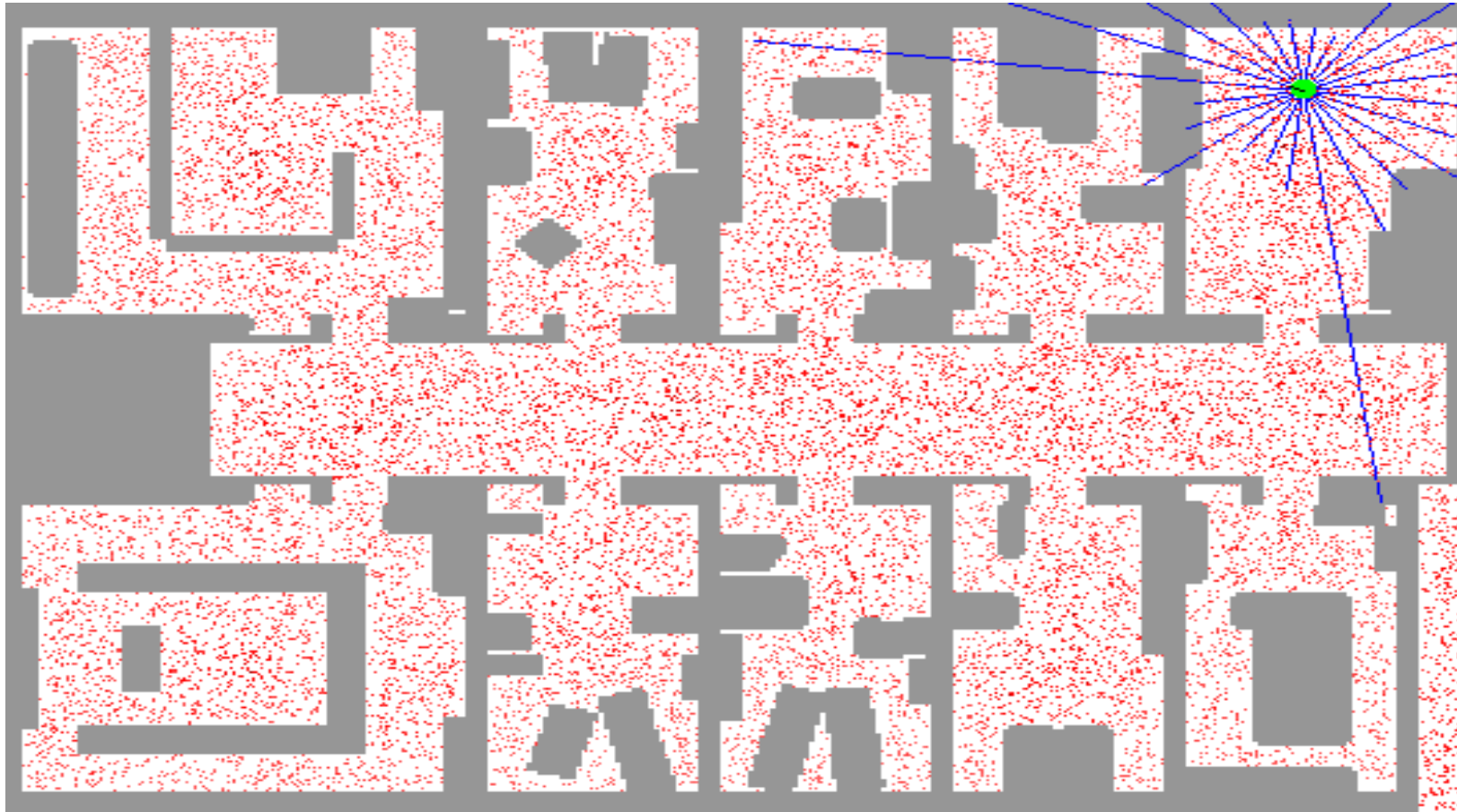


**Global localization with
sonar sensors**

40000

فیلتر ذره‌ای: اجرای نمایشی (۲)

۱۶



نقشه برداری

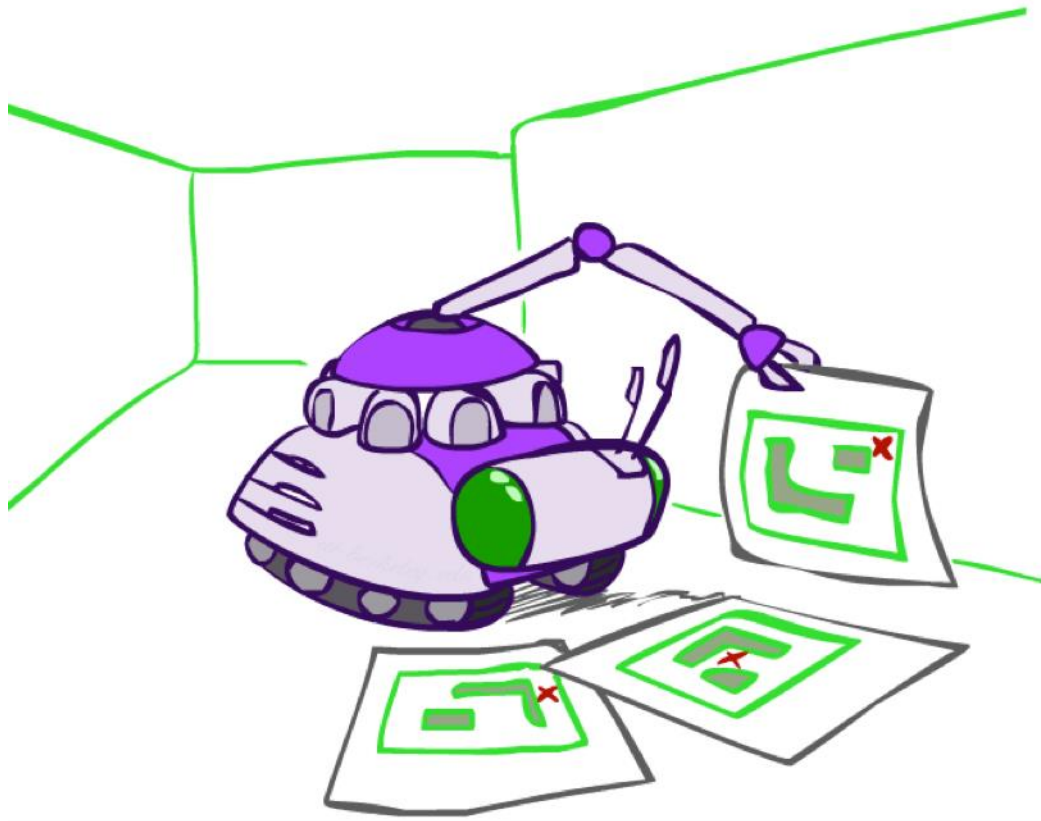
۱۷

□ موقعیت یابی و نقشه برداری همزمان. [SLAM]

□ نقشه و موقعیت روبات را نمی دانیم.

□ حالت شامل موقعیت ربات و نقشه است!

□ روش های اصلی: فیلتر کالمن و ذره ای.



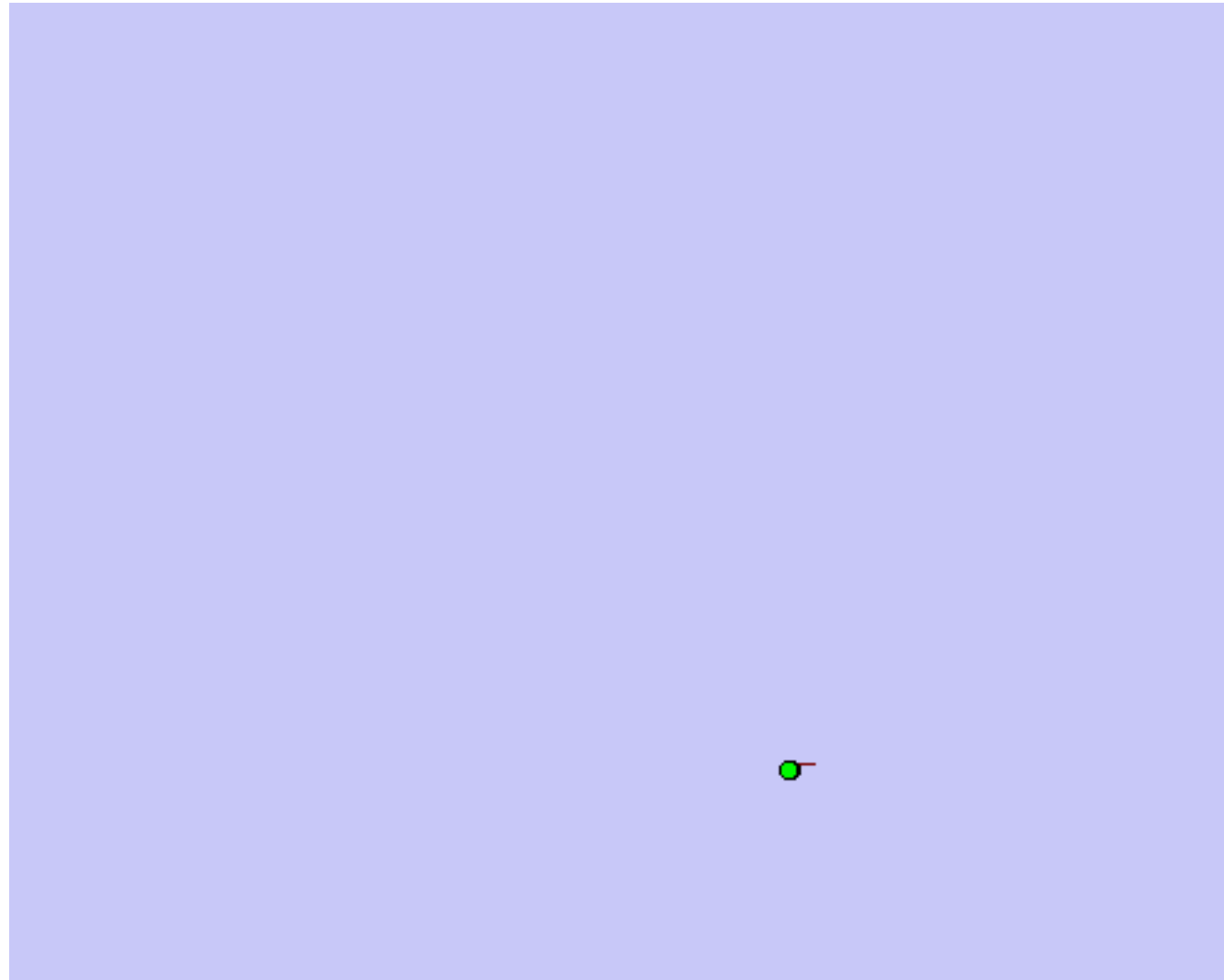
نقشه برداری: اجرای نمایشی

۱۸



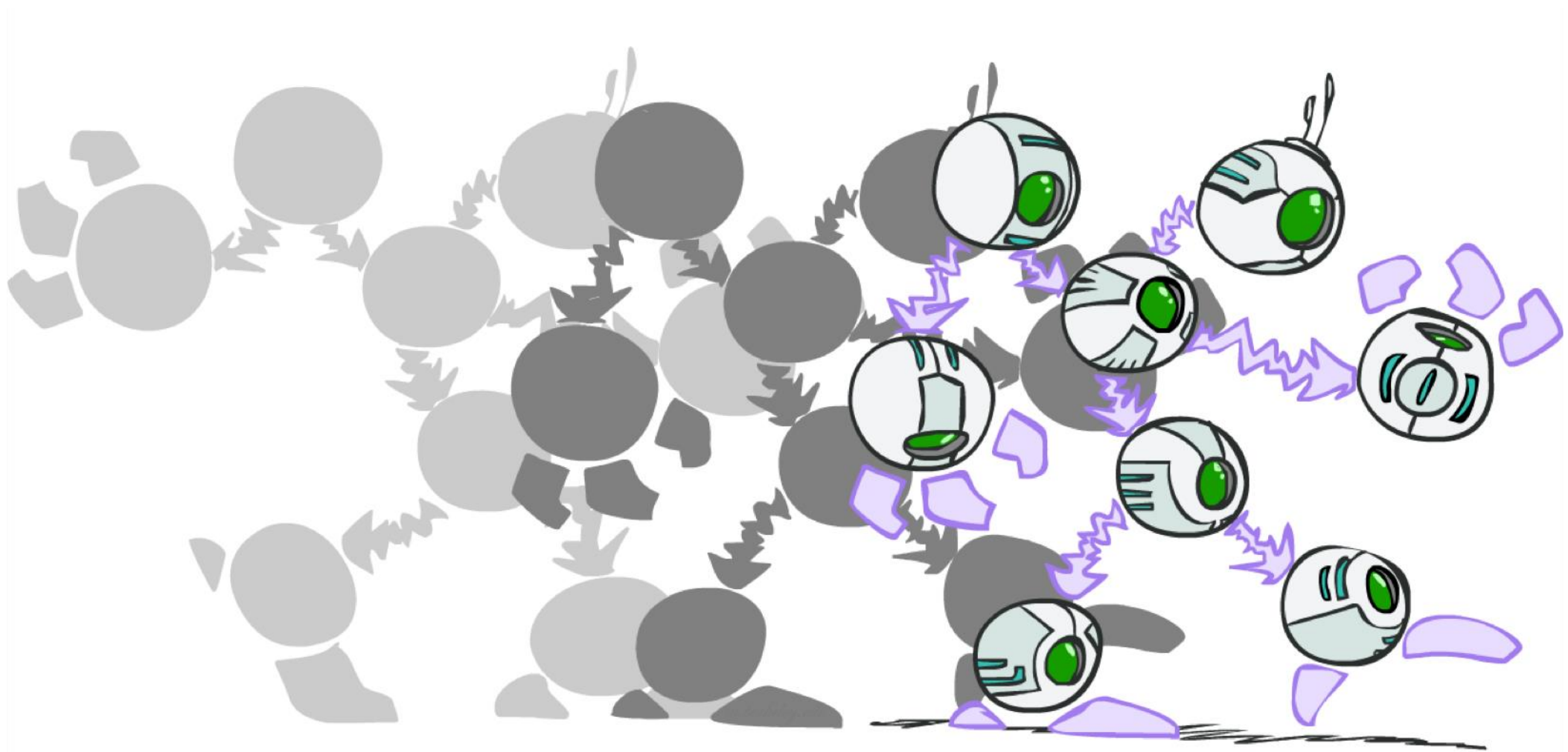
نقشه‌برداری: اجرای نمایشی

۱۹



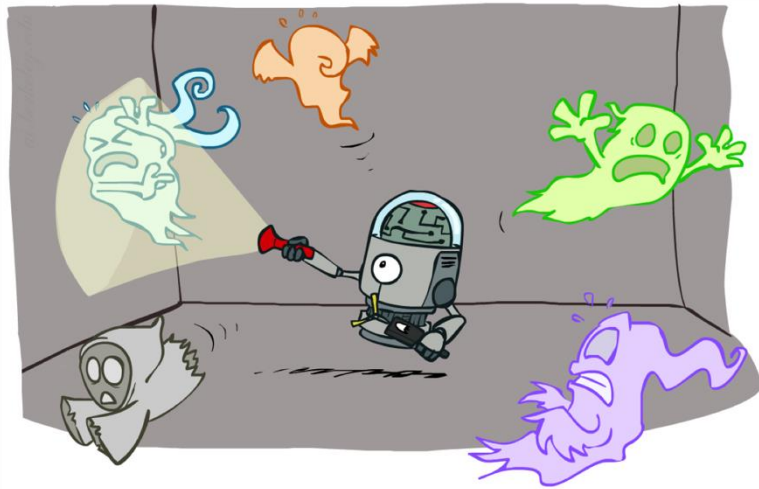
شبکه‌های بیز پویا

۲۰



شبکه‌های بیز پویا

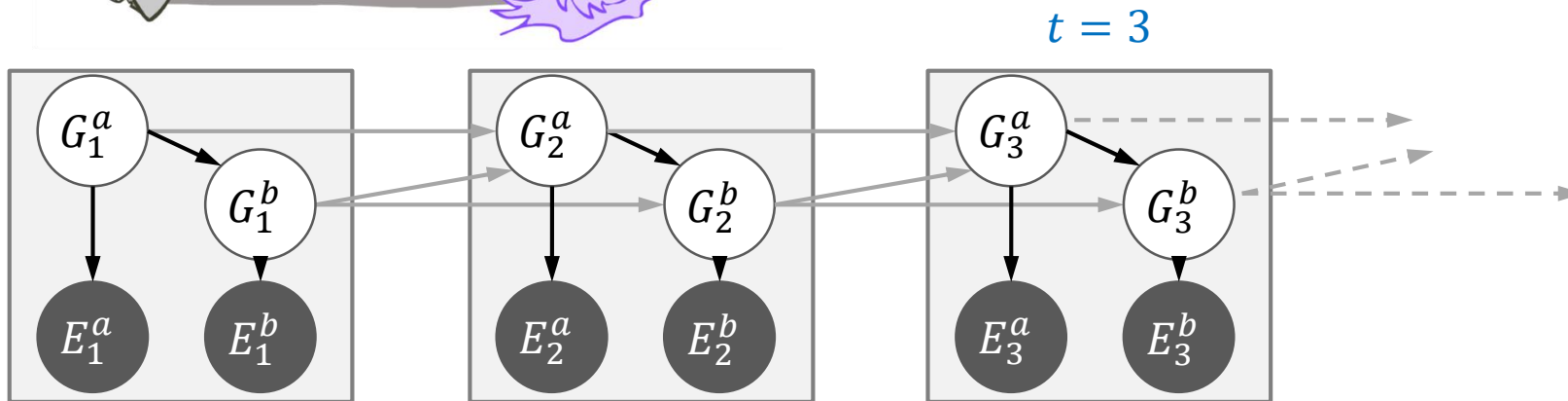
۲۱



□ هدف. ردیابی چندین متغیر در طول زمان، با استفاده از چندین منبع از شواهد.

□ ایده. تکرار یک شبکه بیز با ساختار ثابت در طول زمان.

□ مقدار متغیرها در لحظه t می‌تواند به مقدار آنها در لحظه $t - 1$ بستگی داشته باشد.



□ شبکه‌های بیز پویا تعمیم یافته مدل‌های مخفی مارکوف هستند.

فیلتر ذره‌ای در شبکه‌های بیز پویا

۲۲

- ذره. یک نمونه کامل برای یک لحظه از زمان.
- مقداردهی اولیه. تولید نمونه‌های پیشین برای شبکه بیز مربوط به $t = 1$.
 - یک مثال از ذره: $G_1^a = (3,3), G_1^b = (5,3)$
- گذر زمان. نمونه‌برداری یک جانشین برای هر ذره.
 - یک مثال از جانشین: $G_2^a = (2,3), G_2^b = (6,3)$
- مشاهده. وزن‌دهی هر نمونه کامل بر اساس احتمال رویت شواهد به شرطی که نمونه رخ داده باشد.
 - مثال: $P(E_1^a | G_1^a) \cdot P(E_1^b | G_1^b)$
- نمونه‌برداری مجدد. انتخاب نمونه‌ها متناسب با احتمال آنها.

محتمل ترین توضیح

۲۳



مدل‌های مخفی مارکوف: محتمل‌ترین توضیح

۲۴

□ مدل مخفی مارکوف.

□ حالت‌ها X

□ مشاهدات E

□ توزیع اولیه:

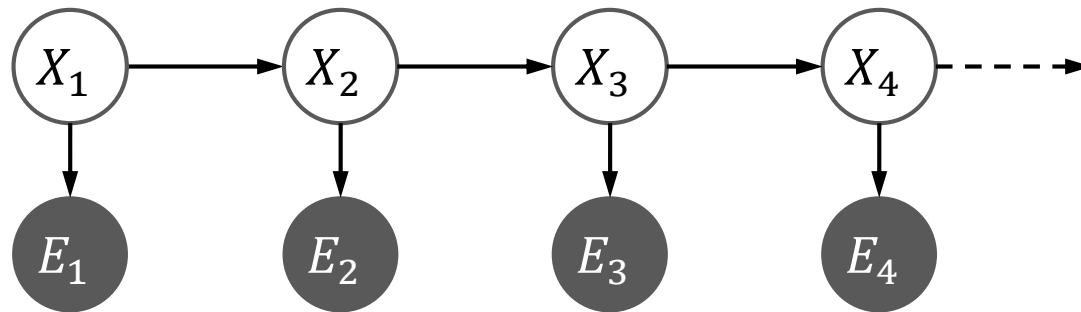
$$P(X_1)$$

□ تغییر حالت‌ها:

$$P(X|X_{-1})$$

□ احتمال مشاهده‌ها:

$$P(E|X)$$



$$\arg \max_{x_{1:t}} P(x_{1:t} | e_{1:t})$$

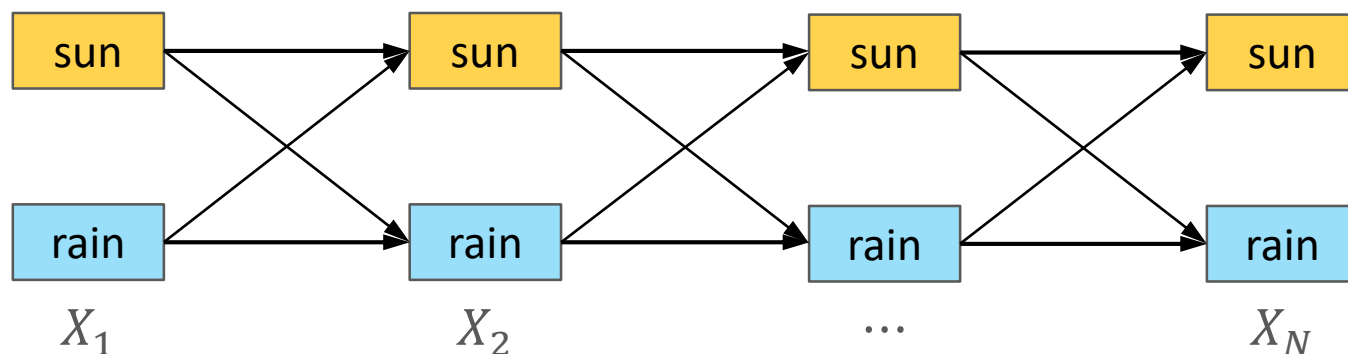
□ محتمل‌ترین توضیح. یک نوع پرس و جوی جدید به صورت:

□ یک روش جدید. الگوریتم ویتربی

داربست حالت

۲۵

□ داربست حالت. یک گراف از حالت‌ها و تغییر حالت‌ها در طول زمان.



$$x_{t-1} \rightarrow x_t$$

$$P(x_t|x_{t-1})P(e_t|x_t)$$

□ هر یال بیانگر یک تغییر حالت است.

□ هر یال دارای وزن است.

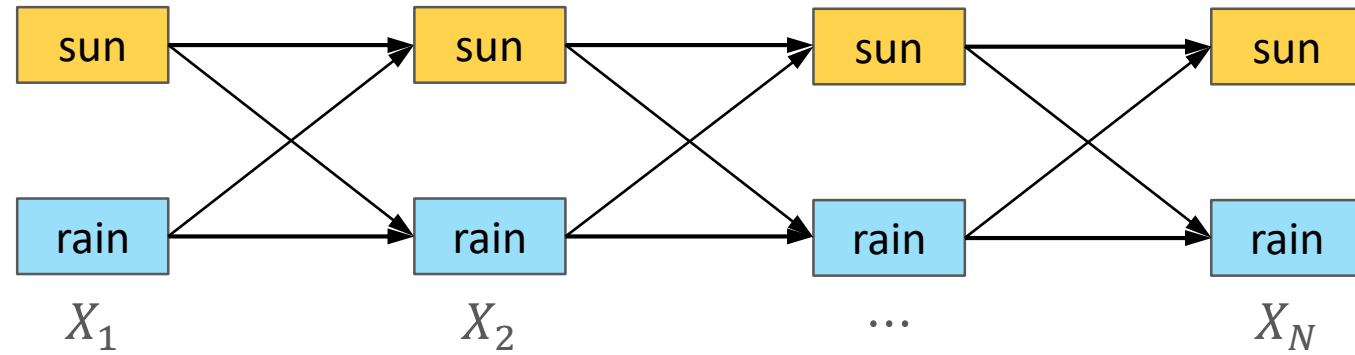
□ هر مسیر دنباله‌ای از حالت‌ها (شواهد) است.

□ حاصل ضرب وزن یال‌ها در یک مسیر بیانگر احتمال آن مسیر به همراه شواهد است.

□ الگوریتم رو به جلو مجموع مسیرها را محاسبه می‌کند و الگوریتم ویتربی بهترین مسیرها را.

الگوریتم رو به جلو / ویتربی

۲۶



□ الگوریتم ویتربی. [ماکزیمم]

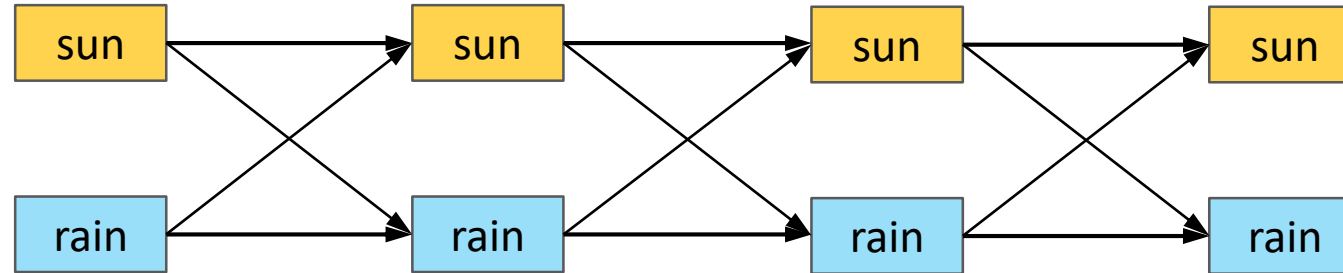
□ الگوریتم رو به جلو. [مجموع]

$$m_t[x_t] = \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, x_t, e_t)$$

$$= P(e_t | x_t) \max_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) m_{t-1}[x_{t-1}]$$

$$f_t[x_t] = P(x_t, e_{1:t})$$

$$= P(e_t | x_t) \sum_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) f_{t-1}[x_{t-1}]$$



$$x_{1:T}^* = \arg \max_{x_{1:T}} P(x_{1:T} | e_{1:T}) = \arg \max_{x_{1:T}} P(x_{1:T}, e_{1:T})$$

$$\begin{aligned} m_t[x_t] &= \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, x_t, e_t) \\ &= \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, e_{1:t-1}) P(x_t | x_{t-1}) P(e_t | x_t) \\ &= P(e_t | x_t) \max_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) \max_{x_{1:t-1}} P(x_{1:t-1}, e_{1:t-1}) \\ &= P(e_t | x_t) \max_{x_{t-1}} P(x_t | x_{t-1}) m_{t-1}[x_{t-1}] \end{aligned}$$